4 Dynamika sústavy hmotných bodov a tuhého telesa

Polohový vektor ťažiska n hmotných bodov počítame podľa vzťahu:

$$\vec{r}_T = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \,,$$

kde $\vec{r}_i$ je polohový vektor hmotného bodu s hmotnosťou m_i a m je hmotnosť celej sústavy hmotných bodov $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

Polohový vektor ťažiska telesa so spojito rozloženou hmotnosťou počítame tak, že sumy v predchádzajúcich vzťahoch nahradíme integrálmi:

$$\vec{r}_T = \frac{\int \vec{r}\,\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m} = \frac{1}{m}\int \vec{r}\,\mathrm{d}m \,,$$

kde $\vec{r}$ je polohový vektor hmotného elementu $\mathrm{d}m$.

Veta o pohybe ťažiska sústavy hmotných bodov: Vektorový súčet všetkých síl $\vec{F}$ pôsobiacich na sústavu hmotných bodov je rovný súčinu celkovej hmotnosti sústavy a zrýchlenia jej ťažiska $\vec{a}_T$, čo znamená, že ťažisko sústavy sa pohybuje posuvným (translačným) pohybom ako častica hmotnosti m, na ktorú pôsobí výsledná sila $\vec{F}$:

$$\vec{F} = m\vec{a}_T.$$

Veta o hybnosti sústavy hmotných bodov: Ak pre hmotný bod využijeme definíciu hybnosti $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$, predchádzajúcu rovnicu možno zapísať v tvare:

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} \,,$$

kde $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$ je celková hybnosť sústavy.

Výsledná sila $\vec{F}$ pôsobiaca na sústavu hmotných bodov spôsobuje zmenu celkovej hybnosti sústavy $\vec{p}$ v čase.

Zákon zachovania hybnosti pre sústavu hmotných bodov: Ak výslednica vonkajších síl $\vec{F}$ pôsobiacich na sústavu hmotných bodov je nulová, potom celková hybnosť sústavy ostáva v čase konštantná – nemení sa:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{konšt.}$$

Sústava hmotných bodov, na ktorú nepôsobí vonkajšia sila, sa nazýva izolovaná sústava a platí v nej zákon zachovania hybnosti.

Pre hmotný bod s hmotnosťou m_i s polohovým vektorom $\vec{r}_i$, ktorý sa pohybuje rýchlosťou $\vec{v}_i$, a pôsobí naň sila $\vec{F}_i$ možno definovať ďalšie veličiny - **moment hybnosti $\vec{L}_i$ a moment sily $\vec{M}_i$** :

$$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i,\ \vec{M}_i = \vec{r}_i \times \vec{F}_i,$$

pričom pre súvis medzi nimi platí:

$$\vec{M}_i = \frac{\mathrm{d}\vec{L}_i}{\mathrm{d}t}.$$

Vysvetlivky: ^{R} – úloha medzi riešenými príkladmi, * – úloha náročná na riešenie

Veta o momente hybnosti sústavy hmotných bodov: Vektorový súčet všetkých momentov síl $\vec{M} = \sum \vec{M}_i$ na sústavu pôsobiacich je rovný derivácii celkového momentu hybnosti sústavy $\vec{L} = \sum \vec{L}_i$ podľa času:

$$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}.$$

Zákon zachovania momentu hybnosti sústavy hmotných bodov: Ak je celkový moment sily $\vec{M}$, ktorý na sústavu pôsobí, nulový, potom platí:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{konšt.},$$

teda moment hybnosti sústavy sa v tomto prípade zachováva.

Kinetická energia telesa pri otáčavom pohybe telesa je daná vzťahom:

$$E_k = \tfrac{1}{2} I\omega^2,$$

kde veličina definovaná integrálom $I = \int r^2 \, \mathrm{d}m$ sa nazýva moment zotrvačnosti telesa a ω je uhlová rýchlosť otáčavého pohybu.

Steinerova veta: ak I je moment zotrvačnosti telesa hmotnosti m vzhľadom k nejakej osi a I_0 je jeho moment zotrvačnosti vzhľadom k osi prechádzajúcej ťažiskom a rovnobežnej s prvou osou, pričom vzdialenosť oboch osí je a, potom platí:

$$I = I_0 + ma^2.$$

Celková kinetická energia telesa pri otáčavom pohybe: Ak teleso nie je upevnené, ale sa voľne pohybuje v priestore, je výsledná kinetická energia pohybujúceho sa telesa rovná súčtu kinetickej energie otáčania okolo pevnej osi prechádzajúcej ťažiskom a kinetickej energie postupného pohybu spojeného s pohybom ťažiska:

$$E_k = \tfrac{1}{2} I_0\omega^2 + \tfrac{1}{2} m v_T^2 .$$

Moment hybnosti je mierou otáčavého pohybu telesa. Veľkosť momentu hybnosti je rovná súčinu momentu zotrvačnosti telesa I a jeho uhlovej rýchlosti $\vec{\omega}$, smer leží v osi otáčania:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} .$$

Dosadením tejto rovnice do vety o momente hybnosti dostaneme:

$$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = I\vec{\alpha} .$$

Táto rovnica je **pohybová rovnica** pre otáčajúce sa teleso a hovorí, že celkový moment síl pôsobiaci na teleso otáčajúce sa okolo pevnej osi sa rovná súčinu jeho momentu zotrvačnosti I vzhľadom k osi otáčania a uhlového zrýchlenia $\vec{\alpha}$.

Práca W vykonaná vonkajšími silami pri otočení telesa o uhol $\varphi_2 - \varphi_1$ je definovaná vzťahom:

$$W = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M \, \mathrm{d}\varphi,$$

$$W = \Delta E_k = \tfrac{1}{2} I\omega_2^2 - \tfrac{1}{2} I\omega_1^2.$$

Výkon, ako práca vykonaná za jednotku času, je daná vzťahom:

$$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = M\omega\ .$$

Pre **dobu kmitu fyzikálneho kyvadla** platí:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}},$$

kde I je moment zotrvačnosti kyvadla vzhľadom na os otáčania a r je kolmá vzdialenosť jeho ťažiska od osi otáčania.

Úlohy

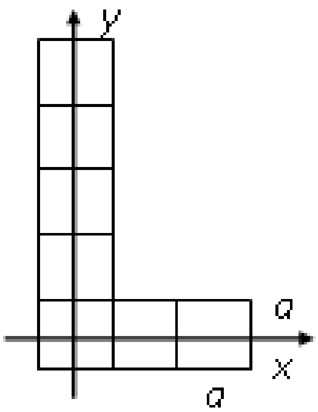
Ťažisko, moment sily, moment hybnosti, moment zotrvačnosti

Úloha 4.1^R

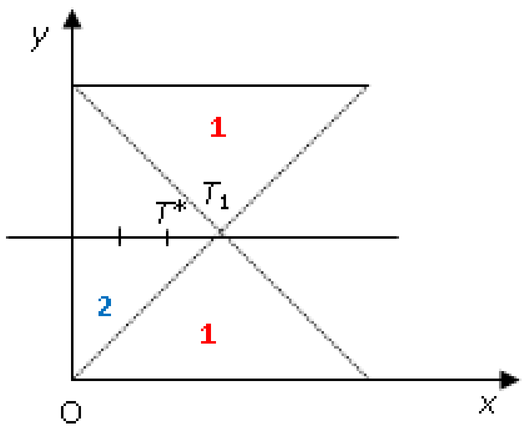
Štyri hmotné body s hmotnosťami m_1 = 2 g, m_2 = 5 g, m_3 = 10 g a m_4 = 7 g sú rozložené v priestore v bodoch A_1 $[-4;2;7]$, A_2 $[-2;-3;-4]$, A_3 $[-4;2;7]$ a A_4 $[1;-4;-6]$, kde súradnice v zátvorke sú dané v centimetroch. Vypočítajte súradnice ťažiska tejto sústavy hmotných bodov.
[-2,125 cm; -0,792 cm; 0,917 cm]

Úloha 4.2

Sedem štvorcov so stranou a = 1 cm zanedbateľnej hrúbky tvorí písmeno L (obr.4.1). Vypočítajte súradnice jeho ťažiska.
[0,429 cm; 1,429 cm]



Obr. 4.1



Obr. 4.2

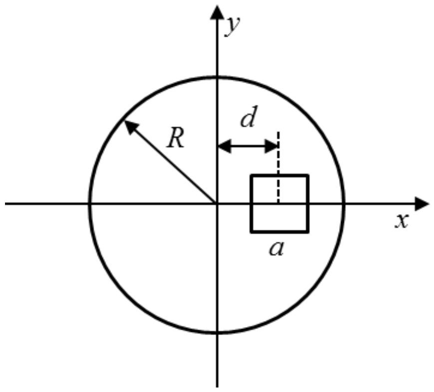
Úloha 4.3^R

Vypočítajte súradnice ťažiska útvaru, ktorý vznikne, keď z homogénneho štvorca zanedbateľnej hrúbky, s dĺžkou strany a, vystrihneme rovnoramenný trojuholník podľa obr. 4.2.
[7a/18; a/2]

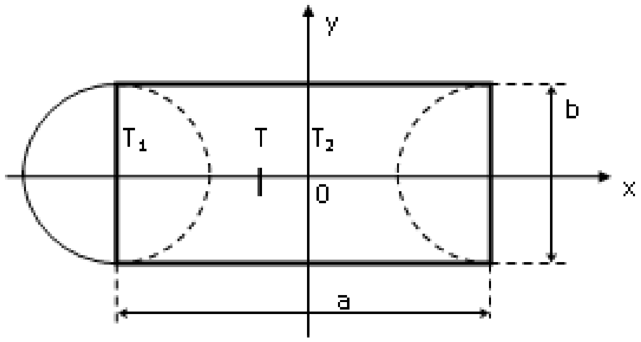
Úloha 4.4

Vypočítajte súradnice ťažiska útvaru, ktorý vznikne, keď z homogénnej tenkej kruhovej dosky s polomerom $R = 0{,}5\,\mathrm{m}$ vyrežeme štvorec so stranou $a = R/2$, ktorého stred je vo vzdialenosti $d = R/2$ od stredu kruhovej dosky (obr. 4.3).

[-0,02 m; 0]



Obr. 4.3



Obr. 4.4

Úloha 4.5

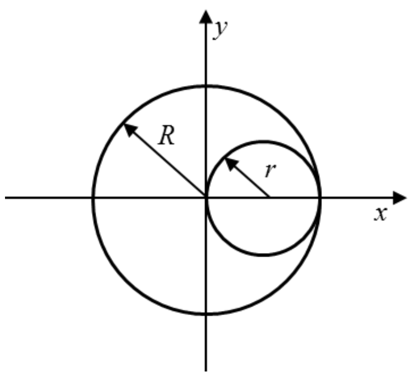
Vypočítajte súradnice ťažiska útvaru, ktorý vznikol tak, že z obdĺžnika so stranami a, b bol vyrezaný polkruh polomeru $b/2$, ktorý bol následne priložený na druhú stranu obdĺžnika (obr. 4.4).

[$-\pi b/8$; 0]

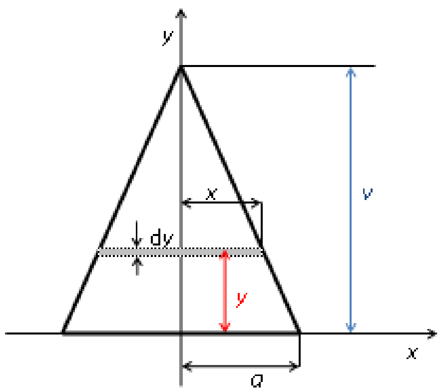
Úloha 4.6

Z homogénnej kruhovej dosky s polomerom R vyrežeme kruh o polomere $r = R/2$ (obr. 4.5) medzi stredom kruhu a obvodom. Vypočítajte polohu ťažiska takéhoto útvaru.

[$-R/6$; 0]



Obr. 4.5



Obr. 4.6

Úloha 4.7^{R*}

Vypočítajte polohu ťažiska homogénnej dosky tvaru rovnoramenného trojuholníka s ramenami b a základňou $2a$ (obr. 4.6).

[0; $\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{3} = \frac{v}{3}$]

Vysvetlivky: ^{R} – úloha medzi riešenými príkladmi, * – úloha náročná na riešenie

Úloha 4.8

Vypočítajte súradnice ťažiska:

a) drôtu polomeru R ohnutého do tvaru štvrťkružnice,

b) homogénnej polkruhovej dosky zanedbateľnej hrúbky s polomerom R,

c) homogénnej polgule s polomerom R.

[a) [$2R/\pi$; $2R/\pi$]; b) [0; $4R/(3\pi)$]; c) [0; 0; $3R/8$]]

Úloha 4.9

Na koncoch pevnej homogénnej tyče dĺžky 100 cm visia závažia tiaže 150 N a 50 N. Tiaž tyče je 20 N. Vypočítajte, v ktorom mieste treba tyč podoprieť, aby zostala v rovnováhe.

[27,3 cm od miesta pôsobenia závažia s tiažou 150 N]

Úloha 4.10

Akou silou pôsobí šofér pri otáčaní na volant, ak priemer volantu je 40 cm a moment sily má hodnotu 5 N·m?

[F = 12,5 N]

Úloha 4.11

Teleso valcovitého tvaru hmotnosti 10 kg a polomeru 20 cm sa otáča konštantnou uhlovou rýchlosťou π s^{-1} okolo svojej geometrickej osi. Vypočítajte moment hybnosti telesa vzhľadom na ľubovoľný bod osi otáčania.

[L = 0,628 $kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}$]

Úloha 4.12^{R}*

Vypočítajte moment zotrvačnosti homogénnej tyče dĺžky l, prierezu S a hmotnosti m vzhľadom na os kolmú na smer dĺžky a) prechádzajúcu koncovým bodom tyče, b) prechádzajúcu stredom tyče.

[$I = \frac{1}{3} ml^2$; $I = \frac{1}{12} ml^2$]

Úloha 4.13

O koľko treba predĺžiť homogénnu tyč dĺžky 0,75 m, aby sa jej moment zotrvačnosti vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu ťažiskom tyče zdvojnásobil? Tyč predĺžime pridaním materiálu.

[ΔL = 0,26 l = 0,195 m]

Úloha 4.14^{R}*

Vypočítajte moment zotrvačnosti kruhovej dosky hmotnosti 2 kg s polomerom 10 cm vzhľadom na os prechádzajúcu a) stredom dosky, kolmo na rovinu dosky, b) bodom vo vzdialenosti 5 cm od stredu dosky, kolmo na rovinu dosky. Hrúbku dosky zanedbajte.

[a) I_0 = 0,01 $kg{\cdot}m^2$; b) I = 0,015 $kg{\cdot}m^2$]

Úloha 4.15^{R}*

Vypočítajte moment zotrvačnosti dutého valca vzhľadom na jeho geometrickú os. Hmotnosť valca je 3,3 kg, výška valca je h, vnútorný polomer 0,12 m a vonkajší polomer je 0,23 m.

[I = 873 $kg{\cdot}m^2$]

Vysvetlivky: ^{R} – úloha medzi riešenými príkladmi, * – úloha náročná na riešenie

Veta o pohybe ťažiska, zákon zachovania hybnosti, momentu hybnosti, a celkovej mechanickej energie

Úloha 4.16

Na jednom konci loďky, ktorá pokojne stojí na vode, je človek. O koľko sa loďka posunie, ak človek prejde na jej druhý koniec, keď tiaž človeka je G, tiaž loďky P a dĺžka loďky $2a$? Odpor vody pri pohybe loďky zanedbajte.

[$d = 2aG / (G + P)$]

Úloha 4.17^{R}

Vagón naložený pieskom hmotnosti 50 t, sa pohybuje priamočiarym rovnomerným pohybom po vodorovnej rovine rýchlosťou 5 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Oproti nemu ide prázdny vagón hmotnosti 20 t rýchlosťou 20 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Po náraze sa vagóny spoja. Ako sa budú pohybovať po zrážke?

[v = - 2,14 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$]

Úloha 4.18

Vozík s pieskom hmotnosti 150 kg sa pohybuje rovnomerným priamočiarym pohybom po vodorovnej rovine rýchlosťou 2 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Oproti nemu letí guľa hmotnosti 2,5 kg rýchlosťou 80 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, narazí na vozík a zaryje sa do piesku. Ako sa bude vozík pohybovať po zrážke?

[v = 0,66 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$]

Úloha 4.19

Krasokorčuliar sa otáča okolo zvislej osi so stálou frekvenciou 5 $\mathrm{s^{-1}}$, pričom jeho moment zotrvačnosti vzhľadom na os otáčania je 3 $\mathrm{kg \cdot m^2}$. Ako sa zmení jeho uhlová rýchlosť otáčania, ak roztiahnutím rúk zväčší svoj moment zotrvačnosti na 5,5 $\mathrm{kg \cdot m^2}$?

[$\Delta\omega$ = - 14,3 $\mathrm{s^{-1}}$]

Úloha 4.20

Drevená homogénna tyč dĺžky 0,4 m a hmotnosti 1 kg sa môže otáčať okolo osi, ktorá je na tyč kolmá a prechádza jej stredom. Na koniec tyče narazí strela hmotnosti 10^{-2} kg letiaca rýchlosťou 200 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ v smere kolmom na os aj na tyč. Vypočítajte uhlovú rýchlosť, ktorou sa tyč dá do otáčavého pohybu, keď v nej strela uviazne. Moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu jej stredom je $\boldsymbol{I = \frac{1}{12} ml^2}$**.**

[ω = 29,1 $\mathrm{s^{-1}}$]

Úloha 4.21^{R}

Tyč hmotnosti 2,5 kg a dĺžky 2 m je vo zvislej polohe a môže sa otáčať okolo vodorovnej osi prechádzajúcej jej koncovým bodom. Akou rýchlosťou prejde horný koncový bod tyče svojou najnižšou polohou, keď tyč pustíme z najvyššej polohy? Moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na danú os je $I = \frac{1}{3} ml^2$.

[v = 10,8 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$]

Vysvetlivky: ^{R} – úloha medzi riešenými príkladmi, * – úloha náročná na riešenie

Úloha 4.22

Tyč dĺžky 1 m je upevnená tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi prechádzajúcej jej koncovým bodom. Akú rýchlosť treba udeliť dolnému voľnému koncovému bodu tyče, aby pri svojom vychýlení z rovnovážnej polohy dosiahol vodorovnú rovinu prechádzajúcu osou otáčania? Moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na danú os je $I = \frac{1}{3}ml^2$.

[v = 5,43 m·s^{-1}]

Úloha 4.23^R

Do akej výšky sa z rovnovážnej polohy vychýli matematické kyvadlo hmotnosti 10 kg, keď v ňom uviazne strela hmotnosti 100 g letiaca rýchlosťou 200 m·s^{-1}? Aké množstvo energie sa pri zrážke premení na teplo?

[h = 0,2 m; Q = 1 980 J]

Úloha 4.24

Do telesa guľovitého tvaru, zaveseného zvisle na vlákne, narazí vodorovne letiaca strela, ktorej hmotnosť je 2 000-krát menšia ako hmotnosť telesa a uviazne v ňom. Aká bola rýchlosť strely pri náraze, keď sa teleso po náraze vychýlilo zo svojej rovnovážnej polohy tak, že záves zvieral so zvislým smerom uhol 15°? Dĺžka závesu od miesta upevnenia po stred gule je 1 m.

[v =1 636 m·s^{-1}]

Úloha 4.25

Homogénny rotačný valec s polomerom r a hmotnosťou m sa valí bez trenia po naklonenej rovine s uhlom sklonu α. Určte rýchlosť a zrýchlenie ťažiska valca po prejdení dráhy s, keď v čase t = 0 bol valec v pokoji.

[$v = 2\sqrt{\frac{1}{3}gs\sin\alpha}$; $a = \frac{2}{3}g\sin\alpha$]

Úloha 4.26

Homogénna guľa s polomerom r a hmotnosťou m sa valí vplyvom vlastnej tiaže po naklonenej rovine, zvierajúcej s vodorovnou rovinou uhol α. Akú rýchlosť v má ťažisko gule po prejdení dráhy s a v akom vzťahu je táto rýchlosť k rýchlosti v^*, ktorú by malo ťažisko gule pri čistom šmýkaní bez trenia po naklonenej rovine? Moment zotrvačnosti gule vzhľadom na os prechádzajúcu jej ťažiskom je $I = \frac{2}{5}mr^2$.

[$v = \sqrt{\frac{10}{7}gs\sin\alpha}$; $v = \sqrt{\frac{5}{7}}v^*$]

Otáčavý pohyb tuhého telesa – kinetická energia, veta o kinetickej energii, pohybová rovnica, výkon

Úloha 4.27

Valec s hmotnosťou 15 kg sa valí po vodorovnej podložke stálou rýchlosťou 5 m·s^{-1}. Vypočítajte kinetickú energiu valca. Moment zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho geometrickú os je $I = \frac{1}{2}mr^2$.

[E_k = 281,3 J]

Vysvetlivky: ^{R} – úloha medzi riešenými príkladmi, * – úloha náročná na riešenie

Úloha 4.28

Vypočítajte kinetickú energiu valca s polomerom 10 cm a hmotnosťou 2 kg v čase 5 s, keď sa toto teleso otáča okolo svojej geometrickej osi s konštantným uhlovým zrýchlením π/8 s^{-2}. V čase $t = 0$ bolo teleso v pokoji. Moment zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho geometrickú os je $I = \frac{1}{2}mr^2$.

[E_k = 0,019 J]

Úloha 4.29

Rotujúce teleso má vzhľadom na os rotácie moment zotrvačnosti 5 kg·m^2. Aký je prírastok jeho kinetickej energie, ak sa jeho pôvodná frekvencia 5 s^{-1} zdvojnásobí?

[ΔE_k = 7 402 J]

Úloha 4.30

Vypočítajte kinetickú energiu valca s polomerom 6 cm a hmotnosťou 2 kg v čase 3 s, keď sa otáča okolo osi vo vzdialenosti 2 cm od svojej geometrickej osi s konštantným uhlovým zrýchlením 0,4 s^{-2}. Uhlová rýchlosť valca na začiatku pohybu bola 0,1 s^{-1}. Moment zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho geometrickú os je $I = \frac{1}{2}mr^2$.

[E_k = 0,003 72 J]

Úloha 4.31

Homogénne teleso tvaru rotačného valca sa rovnomerne zrýchlene otáča okolo svojej geometrickej osi. Aký je moment vonkajších síl vzhľadom na os otáčania, keď sa hodnota momentu hybnosti telesa vzhľadom na os otáčania mení s časom rovnomerne tak, že za 5 s vzrastie z nuly na hodnotu 0,157 kg·m^2·s^{-1}?

[M = 0,031 4 N·m]

Úloha 4.32

Kotúč hmotnosti 5 kg s priemerom 0,4 m koná 1 500 otáčok za minútu. Pôsobením konštantného momentu brzdných síl sa zastaví za 20 sekúnd. Vypočítajte veľkosť momentu brzdných síl. Moment zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho geometrickú os je $\boldsymbol{I = \frac{1}{2}mr^2}$.

[M = 0,785 N·m]

Úloha 4.33

Valec, ktorého moment zotrvačnosti vzhľadom na geometrickú os je 1 000 kg·m^2, sa roztočí vplyvom síl, ktorých moment je 200 N·m. V čase 60 s vonkajšie sily prestali na valec pôsobiť. Aká je frekvencia otáčania valca v tomto okamihu?

[f = 1,91 s^{-1}]

Úloha 4.34

Zotrvačník sa za účinku síl, ktorých moment vzhľadom na os otáčania má hodnotu M = 200 N·m, dáva do otáčavého pohybu okolo pevnej osi. Po uplynutí jednej minúty dosahuje počet otáčok 120 min^{-1}. Aký je moment zotrvačnosti zotrvačníka?

[I = 955 kg·m^2]

Úloha 4.35

Na valec s polomerom r a hmotnosťou m, ktorý sa otáča s uhlovou rýchlosťou ω_0 okolo svojej geometrickej osi, začne pôsobiť konštantná sila, ktorej moment vzhľadom k tejto osi je M. Vyjadrite uhlovú rýchlosť otáčania valca ako funkciu času. Moment zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho geometrickú os je $I = \frac{1}{2}mr^2$.

$\left[\omega = \dfrac{2Mt}{mr^2} + \omega_0\right]$

Úloha 4.36

Koľko otáčok za sekundu vykonáva tyč po roztočení, ak jej moment zotrvačnosti je 2,5 kg·m^2 a na roztočenie bola potrebná práca 125 J?

[f = 1,59 s^{-1}]

Úloha 4.37

Akou frekvenciou sa otáča tyč hmotnosti 1 kg a dĺžky 0,2 m okolo osi, ktorá je kolmá na tyč a prechádza jej stredom, keď kinetická energia tyče je 1 J? Moment zotrvačnosti tyče vzhľadom na danú os otáčania je $I = \frac{1}{12}ml^2$.

[f = 3,9 s^{-1}]

Úloha 4.38

Koleso pri rovnomerne spomalenom pohybe zmenšilo svoju frekvenciu z 4 s^{-1} na 2 s^{-1} za 2 s. Vypočítajte prácu síl trenia, ak moment zotrvačnosti kolesa je 2 kg·m^2. Aké je spomalenie kolesa?

[W = 474 J; α = 2π s^{-2}]

Úloha 4.39^R

Homogénna kruhová doska s polomerom 0,3 m a hmotnosťou 60 kg sa otáča pod vplyvom momentu síl 0,1 N·m. Vypočítajte uhlové zrýchlenie a prácu vonkajších síl v čase 3 min, ak v čase t = 0 bola doska v pokoji. Moment zotrvačnosti kruhovej dosky vzhľadom na os kolmú na dosku a prechádzajúcu jej ťažiskom je $I = \frac{1}{2}mr^2$.

[α = 0,037 s^{-2} ; W = 60 J]

Úloha 4.40

Sily, ktorých moment v čase rovnomerne rastie, roztáčajú z pokoja kruhovú dosku s polomerom 0,5 m a hmotnosťou 2 kg. Akú prácu vykonajú tieto sily za prvých 20 s pôsobenia, keď ich moment počas prvých 5 s narástol z nulovej hodnoty na hodnotu 2 N·m? Moment zotrvačnosti kruhovej dosky vzhľadom na os kolmú na dosku a prechádzajúcu jej ťažiskom je $I = \frac{1}{2}mr^2$.

[W = 12 800 J]

Úloha 4.41

Valec hmotnosti 209 kg s polomerom 0,1 m sa má otáčať na sústruhu s konštantným uhlovým zrýchlením π/4 s^{-2}. Aký výkon musí vyvinúť motor sústruhu, ak má rozbeh trvať 5 s?

[P = 3,21 W]

Kyvadlá

Úloha 4.42

Štvorcová doska so stranou a = 20 cm kýva ako fyzikálne kyvadlo okolo osi, ktorá leží v rovine štvorca a prechádza stranou štvorca. Aká je perióda kmitov dosky? Moment zotrvačnosti dosky vzhľadom na os, ktorá leží v rovine štvorca a prechádza jeho ťažiskom, je $I = \frac{1}{12}ma^2$.

[T = 0,732 s]

Úloha 4.43

Homogénna kruhová doska hmotnosti 2 kg s polomerom 10 cm kýva ako fyzikálne kyvadlo okolo vodorovnej osi kolmej na rovinu dosky a prechádzajúcu jej obvodom. Vypočítajte dobu kmitu.

[T = 0,78 s]

Úloha 4.44

Aká bude doba kmitu matematického kyvadla, ak jeho dĺžku a) zväčšíme štvornásobne, b) zmenšíme štvornásobne?

[a) T' = 2T; b) T' = T/2]

Úloha 4.45*

Priama homogénna tyč má dĺžku 1 m. Vypočítajte vzdialenosť od stredu tyče, v ktorej treba tyč upevniť, aby sa kývala ako fyzikálne kyvadlo s minimálnou periódou.

[x = 0,29 m]

Úloha 4.46*

V akej vzdialenosti od stredu treba upevniť homogénnu kruhovú dosku s polomerom 10 cm, aby kývala ako fyzikálne kyvadlo s minimálnou dobou kmitu?

[x = 7,07 cm]

Úloha 4.47

Priemer tenkého krúžku možno zistiť aj stopkami. Krúžok zavesíme na vodorovnú ostrú hranu, necháme ho kývať v rovine krúžku a meriame čas. Pre 100 kyvov sme namerali čas 85 s. Vypočítajte priemer krúžku.

[d = 0,787 m]