

5 Mechanické kmity a vlny

Pohybová rovnica (2. Newtonov zákon) *netlmeného harmonického kmitavého pohybu* má tvar:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx,$$

kde m je hmotnosť kmitajúcej častice, x je jej výchylka z rovnovážnej polohy a k je tuhosť pružiny.

Riešenie tejto rovnice (**okamžitá výchylka**) má tvar:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

kde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ je uhlová frekvencia, A je maximálna výchylka (amplitúda) a φ je fázová konštanta pohybu.

Pre závislosť **rýchlosti** a **zrýchlenia** od času platí:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), \quad a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Pre **dobu kmitu** (periódu) platí:

$$T = \frac{2\pi}{\omega},$$

prevrátená hodnota doby kmitu je **frekvencia**:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Mechanická energia E hmotného bodu vykonávajúceho netlmený harmonický kmitavý pohyb je rovná súčtu jeho kinetickej E_k a potenciálnej energie E_p :

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \text{konšt.}$$

Platí zákon zachovania mechanickej energie.

Ak na časticu pri jej kmitavom pohybe pôsobí odpor prostredia, ktorý je priamo úmerný rýchlosti, ide o **tlmený harmonický kmitavý pohyb**. **Výchylka** v závislosti od času pre malé tlmenie ($b < \omega$) má tvar:

$$x = Ae^{-bt} \cos(\omega_1 t + \varphi),$$

kde b je koeficient útlmu a $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - b^2}$ je **uhlová frekvencia tlmeného kmitavého pohybu**. Podiel dvoch za sebou nasledujúcich maximálnych výchyliek častice na tú istú stranu sa nazýva **útlm**:

$$\lambda = e^{bT_1},$$

kde $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ je **doba kmitu** tlmeného pohybu.

Logaritmickej dekrement útlmu je prirodzený logaritmus útlmu:

$$\delta = \ln \lambda = bT_1.$$

Šírenie kmitavého pohybu prostredím je **vlnenie**. Zdrojom vlnenia je kmitavý pohyb, ktorého výchylka je daná

$$u(0, t) = A \sin \omega t.$$

Ak rýchlosť šírenia sa vlnenia v smere osi x je v , pre **výchylku** častice prostredia u v mieste so súradnicou x a v čase t pri **postupnom vlnení** platí vzťah:

$$u(x, t) = A \sin \left[\omega \left(t \mp \frac{x}{v} \right) \right],$$

kde znamienka \mp sa vzťahujú na vlnenie postupujúce v kladnom alebo zápornom smere osi x .

Vlnová dĺžka vlnenia je $\lambda = vT$, vlnové číslo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Výchylka vyjadrená pomocou vlnovej dĺžky a vlnového čísla:

$$u(x, t) = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda} \right) \right] = A \sin(\omega t \mp kx).$$

Interferenciou vlnenia postupujúceho v jednom smere a odrazeného vlnenia postupujúceho v opačnom smere vznikne **stojaté vlnenie**, ktorého **výchylka**:

$$u = 2A \cos \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right) \sin(2\pi f t).$$

Súradnice bodov, v ktorých je amplitúda stojatého vlnenia nulová (**uzly**), sú určené vzťahom:

$$x_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

a súradnice bodov, v ktorých je amplitúda stojatého vlnenia maximálna (**kmitne**), sú určené vzťahom:

$$x_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Vzdialenosť dvoch uzlov (kmitní) je

$$d = \frac{\lambda}{2}.$$

Úlohy

Netlmený harmonický kmitavý pohyb

Úloha 5.1

Vypočítajte periódu a frekvenciu a) kmitavého pohybu ihly šijacieho stroja, ktorá urobí 20 stehov za sekundu, b) tepov srdca, ktoré vykoná 75 úderov za minútu.

[a) $T = 0,05$ s; $f = 20$ s⁻¹; b) $T = 0,8$ s; $f = 1,25$ s⁻¹]

Úloha 5.2

Časová základňa osciloskopu má periódu 10 ms. Koľko periód harmonických kmitov s frekvenciou 500 Hz sa zobrazí?

[$N = 5$]

Úloha 5.3

Harmonický kmitavý pohyb telesa na pružine je opísaný rovnicou $x = 4 \sin(5\pi t + 0,3\pi)$ (cm). Určte amplitúdu výchylky, periódu a frekvenciu tohto pohybu.

[$A = 4$ cm; $T = 0,4$ s; $f = 2,5$ s⁻¹]

Úloha 5.4

Ak na pružinu pôsobíme silou 1 N, je predĺžená o 2 cm. Vypočítajte frekvenciu netlmeného harmonického pohybu závažia hmotnosti 0,1 kg zaveseného na tejto pružine.

$$[f = 3,56 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.5^R

Vypočítajte dobu kmitu netlmeného harmonického kmitavého pohybu častice hmotnosti 10 g, ak sila udržiavajúca časticu v tomto pohybe má pri výchylke 3 cm hodnotu 0,05 N.

$$[T = 0,486 \text{ s}]$$

Úloha 5.6

Vypočítajte periódu harmonického kmitavého pohybu telesa s hmotnosťou 5 kg, ak sila udržiavajúca hmotný bod v tomto pohybe má pri výchylke 0,3 m hodnotu 25 N.

$$[T = 1,54 \text{ s}]$$

Úloha 5.7

Nájdite maximálnu hodnotu sily, účinkom ktorej teleso hmotnosti 0,5 g vykonáva harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = 10 \sin(200\pi t)$ (m).

$$[F_{\max} = 1\,972 \text{ N}]$$

Úloha 5.8

Závažie hmotnosti 2 kg zavesené na pružine vykonáva harmonický kmitavý pohyb s amplitúdou 0,5 m. Pri maximálnej výchylke je pružina napínaná silou 100 N. Akú dĺžku by malo mať matematické kyvadlo, aby kmitalo s rovnakou periódou?

$$[l = 0,098 \text{ m}]$$

Úloha 5.9

Na doske leží závažie hmotnosti 2 kg. Doska koná harmonický pohyb v zvislom smere s dobou kmitu 0,5 s a amplitúdou 3 cm. Vyjadrite silu, ktorou závažie tlačí na dosku a vypočítajte maximálnu hodnotu tejto sily.

$$[F_{\max} = 29,1 \text{ N}]$$

Úloha 5.10

Závažie ležiace na doske koná spolu s doskou harmonický kmitavý pohyb v zvislom smere s dobou kmitu 0,5 s a amplitúdou 3 cm. Maximálna hodnota sily, ktorou závažie tlačí na dosku, je 50 N. Vypočítajte hmotnosť závažia.

$$[m = 3,44 \text{ kg}]$$

Úloha 5.11

Kruhovú dosku, uloženú v horizontálnej rovine, koná v zvislom smere kmitavý pohyb s amplitúdou 0,75 m. Aká môže byť maximálna frekvencia kmitania dosky, aby sa predmet voľne uložený na doske, od nej neoddelil?

$$[f_{\max} = 0,576 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.12*

Horizontálna doska koná harmonický kmitavý pohyb vo vodorovnom smere s periódou 5 s. Teleso s tiažou G , ktoré leží na doske, sa začína kĺzať, keď amplitúda kmitov dosiahne hodnotu 0,5 m. Aký je koeficient trenia μ medzi závažím a doskou? Pri výpočte použite vzťah pre treciu silu $F_t = \mu G$.

$$[\mu = 0,08]$$

Úloha 5.13

Teleso s hmotnosťou 5 g vykonáva harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = 4 \sin\left(\frac{2\pi}{8}t + 2\right)$ (cm). Určte amplitúdu, uhlovú frekvenciu, periódou, fázovú konštantu, maximálnu rýchlosť, maximálne zrýchlenie a celkovú energiu telesa pri tomto kmitavom pohybe.

$$[A = 0,04 \text{ m}; \omega = 0,785 \text{ s}^{-1}; T = 8 \text{ s}; \varphi = 2; v_{\max} = 0,031 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a_{\max} = 0,025 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; E = 2,46\cdot 10^{-6} \text{ J}]$$

Úloha 5.14

Teleso vykonáva harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ s frekvenciou 150 kmitov za minútu. Vypočítajte fázovú konštantu tohto pohybu, ak teleso dosiahlo amplitúdu výchylky po uplynutí 0,3 s od začiatku pohybu.

$$[\varphi = -\pi]$$

Úloha 5.15

Teleso vykonáva netlmený harmonický pohyb opísaný rovnicou $x = A \cos(\omega t)$ tak, že v čase 0,5 s má okamžitú výchylku 5 cm. Vypočítajte frekvenciu a periódou tohto pohybu, keď amplitúda výchylky je 10 cm.

$$[f = 1/3 \text{ s}^{-1}; T = 3 \text{ s}]$$

Úloha 5.16

Netlmený harmonický kmitavý pohyb telesa je opísaný rovnicou $x = 6 \sin(0,5\pi t)$ (cm). Za aký čas dosiahne okamžitá výchylka oscilátora tretinovú veľkosť amplitúdy výchylky?

$$[t = 0,216 \text{ s}]$$

Úloha 5.17

Teleso vykonáva netlmený harmonický pohyb s amplitúdou 10 cm a periódou 12 s. Vypočítajte rýchlosť tohto telesa v okamihu, keď jeho okamžitá výchylka je 5 cm. V čase $t = 0$ je výchylka z rovnovážnej polohy nulová.

$$[v = 0,045 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.18

Pružina má tuhosť $150 \text{ N}\cdot\text{cm}^{-1}$. Teleso zavesené na pružine vykonáva netlmený harmonický kmitavý pohyb s amplitúdou 25 cm. Rýchlosť telesa má pri prechode rovnovážnou polohou veľkosť $12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítajte hmotnosť telesa.

$$[m = 6,51 \text{ kg}]$$

Úloha 5.19

Závažie zavesené na pružine vykonáva netlmený harmonický kmitavý pohyb s amplitúdou 4 cm. Aká je frekvencia jeho pohybu, ak jeho maximálna rýchlosť je $0,0314 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?

$$[f = 0,125 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.20

Vypočítajte rýchlosť a zrýchlenie harmonického kmitavého pohybu, ktorý je opísaný rovnicou $x = A \sin(\omega t)$, v čase $T/4$.

$$[v = 0; a = -A\omega^2]$$

Úloha 5.21

Stred struny kmitá s frekvenciou 20 Hz a maximálnym zrýchlením $47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Vypočítajte amplitúdu výchylky netlmeného kmitavého pohybu struny.

$$[A = 3 \text{ mm}]$$

Úloha 5.22

Netlmený harmonický kmitavý pohyb hmotného bodu je daný rovnicou $x = A \cos(\omega t + \varphi)$. Po akom čase od začiatku pohybu nadobudne hmotný bod zrýchlenie, ktorého veľkosť sa rovná $1/2$ veľkosti jeho maximálneho zrýchlenia? Perióda kmitov je 2 s a fázová konštanta je $\pi/6$.

$$[t = 1/6 \text{ s}]$$

Úloha 5.23^R

Hmotný bod vykonáva netlmený harmonický kmitavý pohyb opísaný rovnicou $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ s frekvenciou 1 s^{-1} . Vypočítajte amplitúdu a fázovú konštantu tohto pohybu, ak sa hmotný bod v čase $t = 0$ vyznačoval výchylkou 5 cm a rýchlosťou $20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$[A = 0,059 \text{ m}; \varphi = 57,5^\circ]$$

Úloha 5.24

Hmotný bod sa pri svojom netlmenom harmonickom pohybe danom rovnicou $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ vyznačuje v čase 1 s rýchlosťou $20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ a zrýchlením o veľkosti $80 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$. Frekvencia pohybu je $0,6 \text{ s}^{-1}$. Vypočítajte amplitúdu a fázovú konštantu tohto pohybu.

$$[A = 7,73 \text{ cm}; \varphi = -0,94\pi]$$

Úloha 5.25

Častica harmonicky kmitá medzi polohami 5 cm a 12 cm, pričom veľkosť maximálnej rýchlosti je $4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítajte frekvenciu a veľkosť maximálneho zrýchlenia častice.

$$[f = 20,5 \text{ s}^{-1}; a_{\max} = 580 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 5.26

Doba kmitu netlmeného harmonického kmitavého pohybu je T . Vypočítajte, v akom čase bude veľkosť rýchlosti bodu rovná polovici jeho maximálnej rýchlosti, keď v čase $t = 0$ je výchylka z rovnovážnej polohy rovná amplitúde a rýchlosť je nulová.

$$[t = T/12]$$

Úloha 5.27

Aká je frekvencia netlmeného harmonického kmitavého pohybu častice hmotnosti 2 g, ak amplitúda pohybu je 10 cm a celková energia je 1 J?

$$[f = 50,3 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.28

Amplitúda netlmeného harmonického pohybu častice je 0,02 m a celková mechanická energia pohybu je $3 \cdot 10^{-7}$ J. Pri akej výchylke pôsobí na časticu sila $2,25 \cdot 10^{-5}$ N?

$$[x = 0,015 \text{ m}]$$

Úloha 5.29

Vypočítajte celkovú energiu netlmeného harmonického kmitavého pohybu častice hmotnosti 5 g, ak amplitúda výchylky je 6 cm a frekvencia pohybu je 25 s^{-1} .

$$[E = 0,222 \text{ J}]$$

Úloha 5.30

Celková energia harmonického oscilátora je $3 \cdot 10^{-5}$ J. Veľkosť maximálnej sily, ktorá naň pôsobí, je $1,5 \cdot 10^{-3}$ N. Napíšte rovnicu okamžitej výchylky oscilátora, ak perióda pohybu je 2 s, fázová konštanta 30° a v čase $t = 0$ je okamžitá výchylka 2 cm.

$$[x = 0,04 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (m)}]$$

Úloha 5.31

Amplitúda kmitov netlmeného harmonického oscilátora s hmotnosťou 15 g je 15 cm a jeho celková energia je 1 J. Vyjadrite výchylku oscilátora ako funkciu času a vypočítajte rýchlosť oscilátora v čase 10 s, ak fázová konštanta je 60° . V čase $t = 0$ je výchylka z rovnovážnej polohy 7,5 cm.

$$[x = 0,15 \cos\left(77t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (m)}; v = -11 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.32

Hmotný bod koná harmonický pohyb určený rovnicou $x = 4 \sin(6\pi t)$ (cm). V akom čase je jeho kinetická energia trikrát väčšia ako potenciálna?

$$[t = 0,028 \text{ s}]$$

Úloha 5.33^R

Aký je pomer potenciálnej a kinetickej energie harmonicky kmitajúcej častice v čase $T/8$, ak v čase $t = 0$ je výchylka častice z rovnovážnej polohy rovná amplitúde a jej rýchlosť je nulová?

$$[E_p/E_k = 1]$$

Úloha 5.34

Akú časť celkovej energie netlmeného lineárneho harmonického oscilátora tvorí kinetická energia v čase $T/3$, keď fázová konštanta je $\pi/6$? V čase $t = 0$ je okamžitá výchylka oscilátora rovná polovici amplitúdy výchylky.

$$[75 \text{ \%}]$$

Úloha 5.35

Pomer kinetickej a potenciálnej energie netlmeného harmonického oscilátora v čase $T/5$ je rovný 2. Vypočítajte fázovú konstantu tohto pohybu, ak je pohyb oscilátora opísaný rovnicou $x = A \cos(\omega t + \varphi)$.

$$[\varphi = -17,3^\circ]$$

Úloha 5.36

Teleso hmotnosti 680 g je pripevnené k pružine tuhosti $65 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Amplitúda jeho netlmeného harmonického pohybu je 11 cm. Aká je celková mechanická energia telesa? Aká je jeho potenciálna energia v okamihu, keď výchylka je rovná polovici amplitúdy? Aká je jeho kinetická energia v tomto bode? V čase $t = 0$ sa teleso nachádza v amplitúde výchylky.

$$[E = 0,393 \text{ J}; E_p = 0,098 \text{ J}; E_k = 0,295 \text{ J}]$$

Úloha 5.37*

Ak na pružinu, ktorá sa nachádza v zvislom puzdre, položíme guľôčku hmotnosti 0,1 kg, stlačí sa pružina o 5 mm. Do akej výšky od rovnovážnej polohy vyletí guľôčka, ak pružinu ďalej stlačíme o 15 cm a náhle uvoľníme?

$$[h = 2,25 \text{ m}]$$

Úloha 5.38

Pružina nabitej vzduchovky je stlačená o 3,2 cm. Náboj má hmotnosť 12 g. S akou rýchlosťou opustí náboj po výstrele hlaveň? Tuhosť pružiny je $7,5 \text{ N}\cdot\text{cm}^{-1}$. Predpokladajme, že hlaveň je pri výstrele vodorovná, trenie pri pohybe náboja zanedbateľné, a že po výstrele zostane pružina v nestlačenom stave.

$$[v = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.39*

Akrobat skáče do siete z výšky 8 m. Do akej výšky nad podlahou je potrebné natiahnuť sieť, aby sa akrobat neudrel o podlahu pri dopade na sieť, ak sa sieť pri skoku akrobata z výšky 1 m prehne o 0,5 m?

$$[h = 1,41 \text{ m}]$$

Úloha 5.40*

Vyznávač bungee-jumpingu sa chystá ku skoku z mosta vysokého 45 m. Jeho hmotnosť je 61 kg a pružné lano, ktoré chce použiť, má v nenapnutom stave dĺžku 25 m. Predpokladajme, že pre lano platí Hookov zákon ($F = kx$) a jeho tuhosť je $160 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. V akej výške budú chodidlá skokana nad hladinou rieky tečúcej popod most v okamihu, keď sa jeho let zastaví v dolnom bode obratu? Aká je výsledná sila pôsobiaca na skokana v najnižšom bode?

$$[h = 2,1 \text{ m}; F = 2\,269 \text{ N}]$$

Tlmený harmonický kmitavý pohyb

Úloha 5.41

Amplitúda tlmeného harmonického kmitavého pohybu telesa klesla po 50 kmitoch na desatinu. Aký je logaritmický dekrement útlmu tohto pohybu?

$$[\delta = 0,046]$$

Úloha 5.42

Po piatich kmitoch klesla amplitúda tlmeného harmonického pohybu telesa na polovicu. Doba tlmeného kmitu je 0,5 s. Určte koeficient útlmu a periódu netlmených harmonických kmitov, ktoré by prebiehali za inak rovnakých podmienok.

$$[b = 0,277 \text{ s}^{-1}; T = 0,499 \text{ s}]$$

Úloha 5.43^R

Pri tlmenom harmonickom kmitavom pohybe hmotného bodu sa po jednom kmite zmenšila amplitúda kmitov o $6/10$, pričom doba tlmeného kmitu je $0,5$ s. Určte koeficient útlmu a frekvenciu netlmených kmitov, ktoré by prebiehali za inak rovnakých podmienok.

$$[b = 1,83 \text{ s}^{-1}; f = 2,02 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.44^R

Logaritmickej dekrement útlmu tlmených harmonických kmitov je $0,02$. Koľkokrát sa zmenší amplitúda po 100 kmitoch?

$$[7,4\text{-krát}]$$

Úloha 5.45

Vypočítajte koeficient útlmu a útlm, ak frekvencia tlmených harmonických kmitov je 3 s^{-1} a frekvencia netlmených harmonických kmitov by bola $3,5 \text{ s}^{-1}$ za tých istých podmienok.

$$[b = 11,3 \text{ s}^{-1}; \lambda = 43,2]$$

Úloha 5.46

Aký je koeficient útlmu tlmeného harmonického pohybu, ak podiel dvoch za sebou idúcich výchylek na tú istú stranu je 2 a doba kmitu je $0,5$ s?

$$[b = 1,39 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.47

Tlmený harmonický oscilátor tvorí teleso s hmotnosťou 250 g, ktoré je zavesené na pružine. Oscilátor kmitá vo vode, ktorá tlmí jeho pohyb. Tuhosť pružiny je $85 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ a koeficient útlmu vody je $0,7 \text{ s}^{-1}$. Vypočítajte periódu tlmeného harmonického kmitavého pohybu. Za akú dobu sa zmenší amplitúda kmitov na polovicu svojej počiatočnej veľkosti? Za akú dobu sa zmenší mechanická energia oscilátora na polovicu svojej počiatočnej veľkosti?

$$[T_1 = 0,34 \text{ s}; t_A = 9,9 \text{ s}; t_E = 4,95 \text{ s}]$$

Úloha 5.48

Logaritmickej dekrement útlmu tlmeného harmonického pohybu hmotného bodu je $0,04$. Za 10 s takéhoto pohybu stratí hmotný bod 20% svojej energie. Aká je doba kmitu a koeficient útlmu?

$$[T_1 = 3,6 \text{ s}; b = 0,011 \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 5.49

Aký je logaritmickej dekrement útlmu tlmeného harmonického kmitavého pohybu častice, ak za 10 s stratí 50% svojej energie a doba kmitu je 2 s?

$$[\delta = 0,069]$$

Úloha 5.50

Aký je logaritmickej dekrement tlmených harmonických kmitov oscilátora, keď za 10 s svojho pohybu stratí 60% svojej energie a doba kmitu je 2 s?

$$[\delta = 0,092]$$

Mechanické vlnenie

Úloha 5.51

Ľudské ucho počuje zvuk v intervale 16 Hz až 20 000 Hz. Aké vlnové dĺžky prislúchajú tomuto intervalu? Rýchlosť zvuku vo vzduchu je $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$[\lambda_1 = 21,3 \text{ m}; \lambda_2 = 0,017 \text{ m}]$$

Úloha 5.52

Aká je frekvencia vlnenia na jazere, ak dĺžka vlny je 3 cm a vlnenie sa šíri rýchlosťou $27 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$?

$$[f = 9 \text{ Hz}]$$

Úloha 5.53

Akú frekvenciu má rovinná vlna, ktorá potrebuje 12 s na prekonanie dráhy rovnjej 7,5-násobku vlnovej dĺžky?

$$[f = 0,625 \text{ Hz}]$$

Úloha 5.54

Výchylka postupného vlnenia v rade bodov je daná rovnicou $u(x, t) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$. Vypočítajte vlnovú dĺžku vlnenia, keď uhlová frekvencia je $12\pi \text{ s}^{-1}$ a rýchlosť vlnenia je $6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$[\lambda = 1 \text{ m}]$$

Úloha 5.55

Vlnenie s frekvenciou 440 Hz prechádza zo vzduchu do vody. Ako sa zmení jeho vlnová dĺžka? Rýchlosť postupu vlnenia vo vzduchu je $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a vo vode $1440 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$[\Delta\lambda = 2,5 \text{ m}]$$

Úloha 5.56

Postupné vlnenie sa šíri v pružnom vlákne podľa rovnice $u(x, t) = 0,04 \sin[2\pi(50t - 8x)]$ (m). Určte amplitúdu výchylky častíc, periódu vlnenia, jeho vlnovú dĺžku, frekvenciu a rýchlosť postupu vlnenia.

$$[A = 0,04 \text{ m}; T = 0,02 \text{ s}; \lambda = 0,125 \text{ m}; f = 50 \text{ Hz}; v = 6,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.57

Netlmené harmonické kmity dané vzťahom $u(0, t) = 5 \sin(8\pi t)$ (cm) sú zdrojom vlnenia. Rýchlosť šírenia vlnenia je $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aká je okamžitá výchylka z rovnovážnej polohy bodu, ktorý sa nachádza vo vzdialenosti 7,5 m od zdroja vlnenia, v čase 3 s od začiatku kmitania zdroja?

$$[u(x, t) = -4,8 \text{ cm}]$$

Úloha 5.58

Napište rovnicu postupného harmonického vlnenia s frekvenciou 500 Hz a s amplitúdou výchylky 1 mm, ktorá postupuje rýchlosťou $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ v kladnom smere osi x . Určte okamžitú výchylku bodu vo vzdialenosti 0,122 m od zdroja v čase 0,025 s. Zdrojom vlnenia sú harmonické kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \sin(\omega t)$.

$$[u(x, t) = 0,001 \sin[2\pi(500t - 100x)] \text{ m}; u(x, t) = 0,00095 \text{ m}]$$

Úloha 5.59

Postupná vlna sa šíri ideálnym hmotným prostredím rýchlosťou $2,5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ tak, že v mieste rozruchu má výchylka hmotného bodu amplitúdu 2 cm a frekvencia pohybu je 100 Hz . Napíšte rovnicu pre túto vlnu ako funkciu $u = u(x, t)$ a vypočítajte jej vlnovú dĺžku a periódu.

$$[u(x, t) = 0,02 \sin[2\pi(100t - 0,04x)] \text{ m}; \lambda = 25 \text{ m}; T = 0,01 \text{ s}]$$

Úloha 5.60

Aká je rýchlosť vlnenia opísaného rovnicou $u(x, t) = 0,02 \sin[2\pi(8t - 5x)]$ (m)?

$$[v = 1,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.61

Výchylka častíc rovinatej vlny je vyjadrená vzťahom $u(x, t) = 4 \cos(150t - 2,5x)$ (m). Nájdite pomer amplitúdy výchylky a vlnovej dĺžky.

$$[\frac{A}{\lambda} = 1,59]$$

Úloha 5.62

Určte amplitúdu, periódu, frekvenciu, vlnovú dĺžku a rýchlosť šírenia sa vlnenia, ktoré je opísané rovnicou $u(x, t) = 0,5 \sin[2\pi(10t - 5x)]$ (m).

$$[A = 0,5 \text{ m}; T = 0,1 \text{ s}; f = 10 \text{ Hz}; \lambda = 0,2 \text{ m}; v = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.63

Vypočítajte, aká je výchylka častice prostredia, ktorým postupuje mechanická vlna, v bode, ktorý je vzdialený od zdroja vlnenia o $1/12$ vlnovej dĺžky v čase $T/6$, ak amplitúda výchylky je 5 cm . Zdrojom vlnenia sú kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \sin(\omega t)$.

$$[u(x, t) = 0,025 \text{ m}]$$

Úloha 5.64

Vlnenie sa šíri od zdroja vlnenia rýchlosťou $0,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jeho amplitúda je 10 cm a vlnová dĺžka 6 cm . V akej vzdialenosti od zdroja bude mať okamžitá výchylka častíc prostredia hodnotu 5 cm v čase 5 s ? Zdrojom vlnenia sú kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \sin(\omega t)$.

$$[x = 3 \text{ m}]$$

Úloha 5.65

Hmotný bod vo vzdialenosti 2 cm od zdroja vlnenia má v časovom okamihu $T/4$ výchylku rovnú polovici amplitúdy. Nájdite vlnovú dĺžku postupujúcej vlny. Zdrojom vlnenia sú kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \sin(\omega t)$.

$$[\lambda = 0,12 \text{ m}]$$

Úloha 5.66

Vlnenie sa šíri od zdroja rýchlosťou $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jeho amplitúda je 5 cm a vlnová dĺžka 75 cm . Koľko času prejde od vzniku vlnenia po okamih, kedy častica nachádzajúca sa vo vzdialenosti 50 cm od zdroja sa vychýli o $2,5 \text{ cm}$? Zdrojom vlnenia sú kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \sin(\omega t)$.

$$[t = 0,0019 \text{ s}]$$

Úloha 5.67

Hmotný bod vo vzdialenosti 4 cm od zdroja vlnenia má v čase $T/3$ výchylku rovnú polovici amplitúdy. Nájdite vlnovú dĺžku postupujúcej vlny. Zdrojom vlnenia sú kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \cos(\omega t)$.

$$[\lambda = 0,24 \text{ m}]$$

Úloha 5.68

Hmotný bod vo vzdialenosti 5 cm od zdroja vlnenia má v čase $T/4$ výchylku rovnú polovici amplitúdy. Nájdite vlnovú dĺžku postupujúcej vlny. Zdrojom vlnenia sú kmity dané vzťahom $u(0, t) = A \cos(\omega t)$.

$$[\lambda = 0,6 \text{ m}]$$

Úloha 5.69

Netlmené kmity dané vzťahom $u(0, t) = \sin(2,5\pi t)$ (cm) sú zdrojom vlnenia. Rýchlosť šírenia sa vlnenia je $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aká je výchylka z rovnovážnej polohy, rýchlosť a zrýchlenie častice prostredia v bode, ktorý je vo vzdialenosti 20 m od zdroja vlnenia, v čase 1 s od začiatku kmitania zdroja?

$$[x = 0; v = 2,5\pi \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}; a = 0]$$

Úloha 5.70

Rovinná vlna je opísaná vzťahom $u(x, t) = 5 \sin(25t - 5x)$ (cm). Vypočítajte hodnotu maximálnej rýchlosti kmitania častíc prostredia a jej pomer k rýchlosti šírenia sa vlnenia.

$$[v_{max} = 1,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; \frac{v_{max}}{v} = 0,25]$$

Úloha 5.71

Rovinná vlna je opísaná vzťahom $u(x, t) = 60 \sin(1800t - 5,3x)$ (μm). Nájdite pomer amplitúdy výchylky častíc a vlnovej dĺžky, hodnotu maximálnej rýchlosti častíc a jej pomer k rýchlosti šírenia sa vlnenia.

$$[\frac{A}{\lambda} = 0,5 \cdot 10^{-4}; v_{max} = 0,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; \frac{v_{max}}{v} = 0,3 \cdot 10^{-3}]$$

Úloha 5.72

Zvukové vlny s vlnovou dĺžkou 70 cm sa šíria vo vzduchu. Frekvencia zvuku je 500 s^{-1} a amplitúda kmitov je 0,25 mm. Nájdite rýchlosť šírenia sa vln a maximálnu rýchlosť častíc vzduchu.

$$[v = 350 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_{max} = 0,785 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.73

Netlmené kmity dané vzťahom $u(0, t) = \sin(3,5\pi t)$ (cm) sú zdrojom vlnenia. Rýchlosť šírenia sa vlnenia je $80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aká je výchylka z rovnovážnej polohy, rýchlosť a zrýchlenie bodu, ktorý sa nachádza vo vzdialenosti 20 m od zdroja vlnenia, v čase 2 s od začiatku kmitania zdroja?

$$[u(x, t) = 0,383 \text{ cm}; v = 10,2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}; a = -46,2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 5.74

Zo zdroja vlnenia, ktorý kmitá s periódou 10^{-2} s , sa šíri vlnenie. Dva body vzdialené od zdroja 1,2 m a 3 m, ležiace na jednej priamke, kmitajú s fázovým rozdielom $1,5\pi$. Vypočítajte rýchlosť šírenia sa vlnenia.

$$[v = 240 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.75

S akým rozdielom fáz budú kmitať dva body, ktoré sa nachádzajú vo vzdialenostiach 10 m a 16 m od zdroja vlnenia, ak doba kmitu je 0,04 s a rýchlosť šírenia sa vlnenia je $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?

$$[\Delta\varphi = \pi]$$

Úloha 5.76

Vlnenie sa šíri rýchlosťou $360 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pri akej frekvencii bude fázový rozdiel dvoch bodov prostredia, ktoré sú vo vzájomnej vzdialenosti 20 cm, rovný π ?

$$[f = 900 \text{ Hz}]$$

Úloha 5.77

Aká je doba kmitu dvoch bodov, ktoré sa nachádzajú vo vzdialenostiach 5 m a 15 m od zdroja vlnenia, ak kmitajú s rozdielom fáz $\pi/2$? Rýchlosť šírenia sa vlnenia je $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$[T = 0,13 \text{ s}]$$

Úloha 5.78

Vlnenie s frekvenciou 8 Hz postupuje fázovou rýchlosťou $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aký je fázový rozdiel bodov, ktoré sú od seba vzdialené o 50 cm?

$$[\Delta\varphi = 0,4\pi]$$

Stojaté vlnenie**Úloha 5.79**

Stojaté vlnenie vzniklo interferenciou dvoch vln s frekvenciou 300 Hz postupujúcich v danom prostredí rýchlosťou $500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aká je vzdialenosť susedných uzlov stojatého vlnenia?

$$[d = 0,83 \text{ m}]$$

Úloha 5.80

Stojaté vlnenie vzniklo skladaním dvoch proti sebe postupujúcich vlnení s frekvenciou 2 kHz. Vzdialenosť susedných uzlov je 10 cm. Aká je rýchlosť šírenia sa vlnenia?

$$[v = 400 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 5.81

Stojaté vlnenie vzniklo interferenciou dvoch vln s frekvenciou 475 s^{-1} . Vzdialenosť susedných uzlov je 1,5 m. Aká je rýchlosť postupu vlnenia v prostredí, v ktorom toto stojaté vlnenie vzniklo?

$$[v = 1\,425 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$