

2 Kinematika hmotného bodu

Polohový vektor hmotného bodu v 3-rozmernom priestore možno zapísať v tvare:

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, kde $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sú jednotkové vektory v smere osí x, y, z .

Vektor okamžitej rýchlosti je definovaný ako prvá derivácia polohového vektora podľa času:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}.$$

Vektor okamžitého zrýchlenia je definovaný ako prvá derivácia vektora rýchlosti podľa času alebo ako druhá derivácia polohového vektora podľa času:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Veľkosť vektorov vypočítame zo vzťahov:

$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad |\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Smer vektorov \vec{v} a \vec{a} možno charakterizovať uhlami medzi súradnicovými osami, napríklad osou x a vektorom, a vypočítať ho zo vzťahov pre **smerové kosínusy**:

$$\cos \alpha_v = \frac{v_x}{v}, \quad \cos \alpha_a = \frac{a_x}{a}.$$

Zrýchlenie hmotného bodu \vec{a} pri krivočiariom pohybe možno rozložiť na dve navzájom kolmé zložky – **tangenciálnu** \vec{a}_t , ktorá má smer rýchlosti, a **normálovú** \vec{a}_n , ktorá smeruje do stredu krivosti pohybu. Pre veľkosti týchto vektorov platí:

$$a_t = \frac{dv}{dt}, \quad a_n = \frac{v^2}{r}, \quad |\vec{a}| = a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2},$$

kde r je polomer krivosti.

Krivočiary pohyb možno charakterizovať aj uhlovou dráhou, uhlovou rýchlosťou a uhlovým zrýchlením. Veľkosť **uhlovej rýchlosti** ω a **uhlového zrýchlenia** α pre krivočiary pohyb v rovine vyjadrujú vzťahy:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt},$$

kde φ je uhlová dráha.

V prípade, že sa hmotný bod pohybuje po kružnici s polomerom r , platí:

$$v = r\omega \text{ a } a_t = ar,$$

kde v je obvodová rýchlosť.

Ak je pri priamočiariom pohybe hmotného bodu známa závislosť jeho zrýchlenia od času, jeho rýchlosť a dráhu možno určiť z integrálnych rovníc:

$$v = \int a(t) dt + \text{konšt}, \quad s = \int v(t) dt + \text{konšt},$$

ktoré pre **priamočiary rovnomerne zrýchlený pohyb** nadobudnú tvar:

$$v = at + v_0, \quad s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0.$$

Ak je pri pohybe hmotného bodu po kružnici známa závislosť jeho uhlového zrýchlenia od času, jeho uhlovú rýchlosť a uhlovú dráhu možno zistiť z integrálnych rovníc:

$$\omega = \int \alpha(t) dt + \text{konšt}, \quad \varphi = \int \omega(t) dt + \text{konšt},$$

ktoré pre **rovnomerne zrýchlený pohyb po kružnici** nadobudnú tvar:

$$\omega = \alpha t + \omega_0, \quad \varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \varphi_0.$$

Pre počet otáčok N platí: $N = \frac{\varphi}{2\pi}$.

Úlohy

Priamočiary pohyb hmotného bodu – priemerná rýchlosť, pohyb rovnomerný, rovnomerne zrýchlený a spomalený

Úloha 2.1

Po zápalnej šnúre sa šíri plameň rýchlosťou $30 \text{ m}\cdot\text{min}^{-1}$. Aká dlhá musí byť zápalná šnúra, aby sa odpaľovač mohol vzdialiť do vzdialenosti 200 m , ak sa pohybuje rýchlosťou $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?

[$s = 25 \text{ m}$]

Úloha 2.2

Aké široké je jazero, ak zvuk prejde jeho šírku vodou o 1 sekundu skôr než vzduchom? Rýchlosť šírenia sa zvuku vo vode je $1440 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a vo vzduchu $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Zvuk sa šíri rovnomerne priamočiario všetkými smermi od zdroja.

[$s = 445 \text{ m}$]

Úloha 2.3

Z dvoch miest vzdialených od seba 48 km vyšli proti sebe súčasne auto a motocykel. Auto sa pohybovalo rýchlosťou 70 km/h a motocykel rýchlosťou 50 km/h . Kedy a kde sa stretnú?

[$t = 0,4 \text{ h}$; $s_1 = 28 \text{ km}$]

Úloha 2.4

Nákladné auto sa po výjazde z mesta pohybuje po priamej ceste rýchlosťou 80 km/h . Po prejení 20 km mu dôjde nafta a k čerpacej stanici, ktorá je vo vzdialenosti 2 km v pôvodnom smere, musí ísť vodič pol hodiny peši. Aká je priemerná rýchlosť vodiča od výjazdu z mesta až do jeho príchodu na čerpaciu stanicu? Riešte výpočtom aj graficky (nakreslite závislosť dráhy od času). Nakreslite závislosť rýchlosti vodiča od času a vyznačte v grafe dráhu, ktorú vodič prešiel.

[$v_p = 29,3 \text{ km/h}$]

Úloha 2.5

Pohyb troch áut A, B, C je charakterizovaný údajmi v tabuľke.

Auto	A	B	C
t (s)	x_A (m)	x_B (m)	x_C (m)
0	0	-20	-10
1	1	-10	20
2	4	0	25
3	9	10	40
4	16	20	45
5	25	30	50

Nakreslite grafické závislosti $x = f(t)$ a určte, ktoré auto sa pohybovalo konštantnou rýchlosťou. Vypočítajte priemerné rýchlosti pohybu týchto áut v časovom intervale medzi prvou a piatou sekundou.

$$[v_{pA} = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_{pB} = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_{pC} = 7,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.6^R

Vlak prešiel prvú tretinu svojej dráhy rýchlosťou 15 km/h, druhú tretinu rýchlosťou 30 km/h a poslednú tretinu rýchlosťou 65 km/h. Aká je priemerná rýchlosť vlaku?

$$[v_p = 26 \text{ km/h}]$$

Úloha 2.7

Vzdialenosť medzi dvoma mestami prešlo auto rýchlosťou $v_1 = 60 \text{ km/h}$. Pri ceste späť sa pohybovalo rýchlosťou $v_2 = 0,5 v_1$. Akou priemernou rýchlosťou sa auto pohybovalo na celej trati?

$$[v_p = 40 \text{ km/h}]$$

Úloha 2.8

Auto sa pohybuje po prvej tretine svojej dráhy rýchlosťou v_1 . Na zostávajúcej časti cesty sa pohybuje rýchlosťou 50 km/h. Vypočítajte rýchlosť na prvom úseku dráhy, ak priemerná rýchlosť na celej trati je 37,5 km/h.

$$[v_1 = 25 \text{ km/h}]$$

Úloha 2.9^R

Teleso sa dáva do pohybu so zrýchlením $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Akú veľkú rýchlosť má na konci dráhy dlhej 96 m?

$$[v = 24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.10

Vlak sa rozbieha z pokoja rovnomerne zrýchleným pohybom tak, že za 30 s prejde dráhu 90 m. Akú veľkú dráhu prejde za prvú minútu, aká je vtedy jeho okamžitá rýchlosť a aká je jeho priemerná rýchlosť v prvej minúte?

$$[s = 360 \text{ m}; v = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_p = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.11

Auto dosiahlo rovnomerne zrýchleným pohybom z pokoja rýchlosť $100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ za 25 s. Akú dráhu prejde pri rozbehu?

[$s = 347 \text{ m}$]

Úloha 2.12

Pozorovateľ, stojaci v okamihu rozbehu vlaku pri jeho začiatku, zaznamenal, že prvý vagón prešiel popri ňom za čas $t_1 = 4\text{s}$. Ako dlho bude popri ňom prechádzať n -tý vagón (napr. $n = 7$), keď sú všetky vagóny rovnako dlhé? Pohyb vlaku je priamočiary rovnomerne zrýchlený.

[$t_7 = 0,79 \text{ s}$]

Úloha 2.13^R

Dve telesá, ktoré sú vzdialené od seba na začiatku 80 m, sa pohybujú proti sebe. Prvé rovnomerne rýchlosťou $7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, druhé rovnomerne zrýchlene so začiatočnou rýchlosťou $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a zrýchlením $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Nájdite čas a miesto ich stretnutia.

[$t = 4 \text{ s}$; $s_1 = 28 \text{ m}$]

Úloha 2.14

Dve telesá sa pohybujú proti sebe so zrýchleniami $a_1 = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $a_2 = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ a začiatočnými rýchlosťami $v_{01} = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $v_{02} = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Začiatočná vzdialenosť medzi telesami je 750 m. Určte čas a miesto, kde sa obidve telesá stretnú.

[$t = 10 \text{ s}$; $s_1 = 400 \text{ m}$]

Úloha 2.15

Vodič auta začne brzdiť, pričom veľkosť spomalenia je $1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Kým zastaví, prejde dráhu 135 m. Aká bola začiatočná rýchlosť auta?

[$v_0 = 18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]

Úloha 2.16

Auto, ktoré sa pohybuje rýchlosťou $108 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, začne brzdiť so spomalením $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Ako ďaleko pred prekážkou musí začať brzdiť, aby sa pred ňou zastavilo?

[$s = 150 \text{ m}$]

Úloha 2.17

Auto má v určitom mieste svojej dráhy rýchlosť $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a o 100 m ďalej rýchlosť $40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Aké je spomalenie auta, ak predpokladáme, že jeho pohyb je rovnomerne spomalený?

[$a = 0,78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$]

Úloha 2.18

Vodič automobilu idúci rýchlosťou $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ začne brzdiť a po prejdení dráhy 50 m je jeho rýchlosť $54 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Aké je jeho spomalenie, ak predpokladáme, že počas brzdenia je jeho pohyb rovnomerne spomalený? Akú dráhu prejde auto do zastavenia?

[$a = 1,75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $s = 114,3 \text{ m}$]

Úloha 2.19^R

Vlak prešiel trať 4 km dlhú za 4 minúty, 40 sekúnd a zastavil sa. Vlak sa rozbiehal z pokoja s konštantným zrýchlením, ktoré bolo rovnako veľké ako spomalenie, s ktorým vlak v záverečnej časti trate brzdil. Na strednom úseku trate sa vlak pohyboval konštantnou rýchlosťou 60 km·h⁻¹. Aké veľké zrýchlenie mal vlak?

$$[a = 0,416 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Všeobecný pohyb hmotného bodu po priamke, v rovine a priestore

Úloha 2.20

Závislosť dráhy hmotného bodu od času je daná rovnicou $s = At - Bt^2 + Ct^3$, kde $A = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $B = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $C = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}$. Vyjadrite rýchlosť a zrýchlenie hmotného bodu ako funkciu času. Vypočítajte dráhu, rýchlosť a zrýchlenie v čase 2 s.

$$[s = 24 \text{ m}; v = 38 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a = 42 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.21

Teleso sa pohybuje tak, že jeho dráha závisí od času podľa vzťahu $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, kde $C = 0,14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $D = 0,01 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}$. V akom čase t_1 od začiatku pohybu bude mať zrýchlenie telesa hodnotu $a_1 = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$? Určte priemerné zrýchlenie v časovom intervale od začiatku pohybu po okamih t_1 .

$$[t_1 = 12 \text{ s}; a_p = 0,64 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.22

Bod sa pohybuje priamočiario. Dráha bodu závisí od času podľa vzťahu $x = At + Bt^2$, kde $A = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $B = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Aká je priemerná rýchlosť bodu v časovom intervale medzi deviatou a dvanástou sekundou, aké sú okamžité rýchlosti a zrýchlenia v týchto dvoch okamihoch?

$$[v_p = 131 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_9 = 113 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_{12} = 149 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a_9 = a_{12} = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.23

Častica vykonáva priamočiary pohyb tak, že jej dráha závisí od času ako $x = Bt + Ct^3$, kde $B = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $C = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}$. Aká je priemerná rýchlosť v časovom intervale medzi druhou a štvrtou sekundou, aké sú okamžité rýchlosti a zrýchlenia v týchto dvoch okamihoch? Určte priemerné zrýchlenie bodu od začiatku pohybu až po 4. sekundu.

$$[v_p = 85 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_2 = 37 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_4 = 145 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a_2 = 36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_4 = 72 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_p = 36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.24

Pohyb bodu je určený rovnicami $x = \frac{Ct^2}{2}$, $y = \frac{Dt^3}{3}$, kde $C = 0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, $D = -0,02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-3}$. Vypočítajte veľkosť rýchlosti a zrýchlenia v čase 3 s.

$$[v = 0,349 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a = 0,156 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.25^R

Pohyb bodu je určený rovnicami $x = A_1 t^2 + B_1$, $y = A_2 t^2 + B_2$, kde $A_1 = 20 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$, $B_1 = 5 \text{ cm}$, $A_2 = 15 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$, $B_2 = -3 \text{ cm}$. Vypočítajte veľkosť a smer rýchlosti a zrýchlenia v čase 2 s a určte rovnicu dráhy jeho pohybu.

$$[v = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; \alpha_v = \alpha_a = 36,9^\circ]$$

Úloha 2.26

Rýchlosť pohybujúcej sa častice je daná vzťahom $\vec{v} = 3t^2\vec{i} - 2t\vec{j} + \vec{k}$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). Určte veľkosť rýchlosti a zrýchlenia častice v čase 2 s a uhol, ktorý tieto vektory zvierajú v tomto čase.

$$[v = 12,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a = 12,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; \varphi = 9,6^\circ]$$

Úloha 2.27

Častica sa pohybuje tak, že jej poloha v ľubovoľnom okamihu je určená polohovým vektorom $\vec{r} = 2t\vec{i} + (t + 4t^2)\vec{j} - (3t + t^3)\vec{k}$ (m). Určte veľkosť rýchlosti a zrýchlenia častice v čase 1 s.

$$[v = 11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.28^R

Autobus sa rozbieha priamočiaro z pokoja s rovnomerne rastúcim zrýchlením tak, že v čase $t_1 = 6 \text{ s}$ má zrýchlenie hodnotu $a_1 = 0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Akú rýchlosť má autobus v čase $t_2 = 12 \text{ s}$ a akú dráhu za ten čas prešiel?

$$[v_2 = 3,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; s_2 = 14,4 \text{ m}]$$

Úloha 2.29

Rušeň sa rozbieha z pokoja s rovnomerne rastúcim zrýchlením tak, že v čase 100 s má zrýchlenie hodnotu $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Vypočítajte rýchlosť rušňa v čase 100 s a dráhu, ktorú za ten čas prešiel.

$$[v = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; s = 833 \text{ m}]$$

Úloha 2.30

Zrýchlenie auta, ktoré sa rozbieha z pokoja, rovnomerne rastie s druhou mocninou času tak, že v čase 10 s má hodnotu $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Akú rýchlosť má auto v čase 20 s a akú dráhu za tú dobu prešlo?

$$[v = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; s = 40 \text{ m}]$$

Úloha 2.31

Zrýchlenie hmotného bodu pri jeho priamočiarom pohybe rovnomerne klesá zo začiatočnej hodnoty $a_0 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ v čase $t_0 = 0$ na nulovú hodnotu počas 20 s. Aká je rýchlosť hmotného bodu v čase $t_1 = 20 \text{ s}$ a akú dráhu za ten čas hmotný bod prešiel, keď v čase t_0 bol v pokoji?

$$[v_1 = 100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; s_1 = 1\,333 \text{ m}]$$

Úloha 2.32

Zrýchlenie častice pri jej priamočiarom pohybe rovnomerne klesá zo začiatočnej hodnoty $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ na nulovú hodnotu počas 10 s. Aká je rýchlosť častice v čase 5 s a akú dráhu za ten čas častica prešla, keď na začiatku bola v pokoji?

$$[v = 75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; s = 208 \text{ m}]$$

Úloha 2.33

Rýchlosť pohybujúcej sa loptičky, ktorá sa začala rozbiehať z pokoja, je určená v ľubovoľnom okamihu vzťahom $\vec{v} = -t\vec{i} + t^2\vec{j}$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$). Vypočítajte veľkosť zrýchlenia loptičky a jej vzdialenosť od počiatku súradnicovej sústavy v čase 2 s.

$$[a = 4,12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; d = 3,33 \text{ m}]$$

Pohyb hmotného bodu po kružnici – rovnomerný

Úloha 2.34^R

Remeňom sa prenáša otáčavý pohyb z kolesa A s priemerom 50 cm, konajúceho 30 otáčok za minútu, na koleso B s priemerom 25 cm. Akú frekvenciu otáčania má koleso B?

$$[f = 1 \text{ Hz}]$$

Úloha 2.35

Aký je polomer kolesa, ak pri jeho otáčavom pohybe má bod na obvode kolesa trikrát väčšiu rýchlosť ako bod, ktorý je o 10 cm bližšie k osi otáčania?

$$[r = 15 \text{ cm}]$$

Úloha 2.36

Umelá družica obieha okolo Zeme po kruhovej trajektórii rýchlosťou $7,5 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ vo výške 600 km nad povrchom Zeme. Vypočítajte uhlovú rýchlosť, periódu a dostredivé zrýchlenie družice. Polomer Zeme je 6 378 km.

$$[\omega = 1,07\cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}; T = 5\,846 \text{ s}; a_d = 8,06 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.37

Kruh s priemerom 1 m vykonáva 3 000 otáčok za minútu. Aké je dostredivé zrýchlenie a rýchlosť bodov na obvode kruhu?

$$[a_d = 49\,298 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; v = 157 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.38

Akou rýchlosťou sa pohybuje cyklista na bicykli, ktorého kolesá majú priemer 80 cm a konajú 120 otáčok za minútu? Aká je uhlová rýchlosť kolesa?

$$[v = 5,02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; \omega = 4\pi \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 2.39

Vypočítajte obvodovú a uhlovú rýchlosť kolesa automobilu, ktorý sa pohybuje rýchlosťou $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Akú frekvenciu otáčania majú kolesá, ak ich priemer je 0,6 m?

$$[v = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}; \omega = 66,7 \text{ s}^{-1}; f = 10,6 \text{ Hz}]$$

Pohyb hmotného bodu po kružnici – rovnomerne zrýchlený, spomalený a všeobecný

Úloha 2.40

Koleso sa začína otáčať so stálym uhlovým zrýchlením 2 s^{-2} . Koľkokrát sa koleso otočí za prvých 15 s pohybu?

$$[N = 35,9]$$

Úloha 2.41

Koleso sa z pokoja začína rovnomerne zrýchlene otáčať tak, že za prvých 5 s sa otočí 12,5krát. Aká je uhlová rýchlosť kolesa v čase 4 s?

$$[\omega = 8\pi \text{ s}^{-1}]$$

Úloha 2.42

Koleso sa otáča rovnomerne spomalene tak, že za prvú minútu zmenší svoju frekvenciu otáčania z hodnoty 300 min^{-1} na 180 min^{-1} . Určte uhlové spomalenie kolesa a počet otáčok, ktoré vykoná za prvú minútu.

$$[\alpha = \pi/15 \text{ s}^{-2}; N = 240]$$

Úloha 2.43

Ventilátor sa otáča s frekvenciou 900 min^{-1} . Po vypnutí sa ventilátor otáča rovnomerne spomalene tak, že do zastavenia urobí 75 otáčok. Aký čas uplynie od vypnutia ventilátora do jeho zastavenia?

$$[t = 10 \text{ s}]$$

Úloha 2.44

Hmotný bod koná pohyb po kružnici s polomerom 20 cm s konštantným uhlovým zrýchlením 2 s^{-2} . Vypočítajte tangenciálne, normálové a celkové zrýchlenie bodu v čase 4 s, ak na počiatku bol hmotný bod v pokoji.

$$[a_t = 0,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_n = 12,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a = 12,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.45

Koleso s polomerom 20 cm sa začína otáčať s uhlovým zrýchlením 2 s^{-2} . Koľkokrát sa otočí za prvých 10 s pohybu? Vypočítajte tangenciálne, normálové a celkové zrýchlenie kolesa v tom čase.

$$[N = 15,9; a_t = 0,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_n = 80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a = 80,001 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.46

Bod sa pohybuje po kružnici s polomerom 20 cm s konštantným tangenciálnym zrýchlením $5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$. Za aký čas od začiatku pohybu bude normálové zrýchlenie bodu a) rovné tangenciálnemu, b) dvakrát väčšie ako tangenciálne?

$$[\text{a) } t = 2 \text{ s; b) } t = 2,83 \text{ s}]$$

Úloha 2.47

Po opustení stanice rýchlosť vlaku rovnomerne vzrastá a po 3 minútach dosahuje na dráhe zakrivenej do tvaru kružnice s polomerom 800 m hodnotu $72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Vypočítajte hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia vlaku po 2 minútach od opustenia stanice.

$$[a_t = 0,111 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_n = 0,222 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a = 0,248 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.48

Teleso sa začína otáčať okolo pevnej osi s uhlovým zrýchlením $0,04 \text{ s}^{-2}$, ktoré je konštantné. V akom čase od začiatku otáčania bude celkové zrýchlenie ľubovoľného bodu telesa zvierat s rýchlosťou toho istého bodu uhol 76° ?

$$[t = 10 \text{ s}]$$

Úloha 2.49

Vypočítajte uhlové zrýchlenie kolesa, ak v čase 2 s od začiatku pohybu vektor celkového zrýchlenia bodu na obvode kolesa zvieral s vektorom rýchlosti uhol 60° .

$$[\alpha = 0,43 \text{ s}^{-2}]$$

Úloha 2.50 ^R

Koleso s polomerom 10 cm sa otáča tak, že pre body na jeho obvode platí $v = At + Bt^2$, kde $A = 3 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-2}$, $B = 1 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-3}$. Určte uhol, ktorý zvierá vektor celkového zrýchlenia s polomerom v čase 1 s.

$$[\beta = 72,3^\circ]$$

Úloha 2.51

Polohový uhol loptičky pri otáčavom pohybe je daný vzťahom $\vec{\varphi} = 0,3t\vec{i} + 0,1t^2\vec{j} + 4t\vec{k}$. Vypočítajte veľkosť uhlovej rýchlosti a uhlového zrýchlenia v čase 2 s a uhol medzi vektormi uhlovej rýchlosti a uhlového zrýchlenia v tomto čase.

$$[\omega = 0,5 \text{ s}^{-1}; \alpha = 0,2 \text{ s}^{-2}; \beta = 36,9^\circ]$$

Úloha 2.52

Pevné teleso rotuje s uhlovou rýchlosťou $\vec{\omega} = At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$, kde $A = 0,5 \text{ s}^{-2}$, $B = 0,06 \text{ s}^{-3}$. Určte veľkosť uhlovej rýchlosti a uhlového zrýchlenia v čase 10 s a uhol medzi vektormi uhlovej rýchlosti a uhlového zrýchlenia v tomto čase.

$$[\omega = 7,81 \text{ s}^{-1}; \alpha = 1,3 \text{ s}^{-2}; \beta = 17,2^\circ]$$

Úloha 2.53

Koleso s polomerom 0,1 m sa otáča tak, že pre uhlovú dráhu platí $\varphi = A + Bt + Ct^3$, kde $B = 2 \text{ s}^{-1}$, $C = 1 \text{ s}^{-3}$. Vypočítajte uhlovú rýchlosť a uhlové zrýchlenie, obvodovú rýchlosť, tangenciálne, normálové a celkové zrýchlenie bodov na obvode kolesa v čase 2 s od začiatku pohybu.

$$[\omega = 14 \text{ s}^{-1}; \alpha = 12 \text{ s}^{-2}; v = 1,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; a_t = 1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_n = 19,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a = 19,64 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}]$$

Úloha 2.54

Bod sa pohybuje po kružnici tak, že jeho dráha je daná vzťahom $s = A - Bt + Ct^2$, kde $B = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $C = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Nájdite obvodovú rýchlosť bodu, jeho tangenciálne, normálové a celkové zrýchlenie v čase $t_1 = 3 \text{ s}$ od začiatku pohybu, ak je známe, že v čase $t_2 = 2 \text{ s}$ je normálové zrýchlenie $a_{n2} = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Určte uhol, ktorý zvierá normálové zrýchlenie s celkovým zrýchlením v čase t_1 .

$$[v_1 = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; \alpha_{t1} = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_{n1} = 1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; a_1 = 2,83 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; \beta = 59^\circ]$$

Pohyb hmotného bodu v gravitačnom poli

Úloha 2.55

Teleso bolo vrhnuté zvislo nahor rýchlosťou $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určte jeho rýchlosť na konci štvrtej sekundy. Za aký časový interval dosiahne najvyšší bod svojej trajektórie? Akú výšku dosiahne? Za akú dobu dopadne späť na Zem? Aká je rýchlosť dopadu?

$$[v_4 = 10,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; t_h = 5,1 \text{ s}; h = 127,4 \text{ m}; t_d = 10,2 \text{ s}; v_d = 50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.56

Kameň bol vrhnutý zvislo nahor rýchlosťou $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Za akú dobu bude vo výške a) 10 m, b) 12 m?

[a) kameň bude vo výške 10 m za $t_1 = 0,98 \text{ s}$, potom vystúpi do maximálnej výšky a vráti sa späť do výšky 10 m v $t_2 = 2,07 \text{ s}$; b) kameň do výšky 12 m nevystúpi, $D < 0$]

Úloha 2.57

Teleso bolo vrhnuté zvislo nahor začiatočnou rýchlosťou $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Súčasne z maximálnej výšky, ktorú toto teleso dosiahne, je vrhnuté zvislo nadol druhé teleso s rovnako veľkou začiatočnou rýchlosťou. Určte dobu, za ktorú sa obidve telesá stretnú, vzdialenosť od povrchu Zeme, v ktorej sa stretnú a rýchlosť obidvoch telies.

$$[t = 0,51 \text{ s}; h = 8,92 \text{ m}; v_1 = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; v_2 = 25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.58

Teleso padá z výšky 800 m, súčasne je zo Zeme vystrelené zvislo nahor iné teleso so začiatočnou rýchlosťou $200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Za akú dobu a v akej výške sa obidve telesá stretnú?

$$[t = 4 \text{ s}; h = 722 \text{ m}]$$

Úloha 2.59

Akou veľkou rýchlosťou bol vystrelený šíp zvislo nahor, keď sa vrátil za 7 s? Akú najväčšiu výšku šíp dosiahol?

$$[v_0 = 34,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; h = 60,1 \text{ m}]$$

Úloha 2.60

Do priepasti pustíme olovenú guľôčku. Jej dopad na dno priepasti počut' o 10 sekúnd. Aká je hĺbka priepasti, ak uvažujeme rýchlosť zvuku vo vzduchu $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$?

$$[h = 384 \text{ m}]$$

Úloha 2.61

Oceľová guľôčka odskakuje od oceľovej podložky v jednosekundových intervaloch. Ako vysoko sa guľôčka odráža? Odpor vzduchu zanedbajte.

$$[h = 1,23 \text{ m}]$$

Úloha 2.62

Parašutista vyskočí vo výške 1 500 m. 10 sekúnd padá voľným pádom, potom sa mu otvorí padák a padá s konštantným spomalením $18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, kým nedosiahne rýchlosť $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a od tohto okamihu sa pohybuje rovnomerným priamočiarym pohybom. Akú dobu trvá zoskok? Zostrojte graf závislosti dráhy, rýchlosti a zrýchlenia od času.

$$[t = 159,7 \text{ s}]$$

Úloha 2.63

Zo stožiaru vysokého 60 m bol hodený kameň vodorovným smerom rýchlosťou $60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítajte polohu kameňa na konci druhej sekundy, veľkosť rýchlosti kameňa v tomto čase a miesto dopadu na vodorovnú rovinu.

[poloha kameňa: 120 m horizontálna vzdialenosť od stožiaru, výška 40,4 m; $v_2 = 63,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $d = 209,9 \text{ m}$]

Úloha 2.64

Z dvoch miest nad sebou vo výške 20 m a 11,25 m boli vrhnuté súčasne dve telesá vo vodorovnom smere. Obe dopadli na Zem vo vzdialenosti 40 m od kolmice prechádzajúcej týmito miestami. Určte časový interval medzi dopadmi oboch telies a ich začiatočné rýchlosti.

[$\Delta t = 0,505 \text{ s}$; $v_{01} = 19,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_{02} = 26,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]

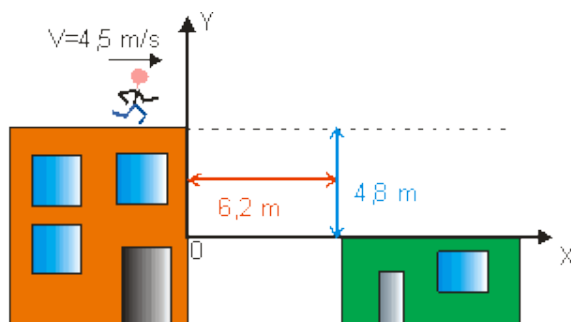
Úloha 2.65

Z vrcholu veže vysokej 100 m je vystrelená guľa vodorovným smerom začiatočnou rýchlosťou $240 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. V akej vzdialenosti od päty veže a za akú dobu dopadne na vodorovný povrch Zeme? Odpor vzduchu zanedbajte.

[$d = 1\,084 \text{ m}$; $t = 4,51 \text{ s}$]

Úloha 2.66

Pri filmovej naháňačke má kaskadér preskočiť na strechu susednej budovy. Ešte predtým ho prezieravo napadne, či vôbec môže túto úlohu zvládnuť, ak beží po streche prvej budovy nanajvyš rýchlosťou $4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Strecha susednej budovy je o 4,8 m nižšie ako strecha budovy, po ktorej beží kaskadér a jej vzdialenosť od tejto budovy je 6,2 m. Má kaskadér skočiť alebo radšej nie?



[vzdialenosť, do ktorej kaskadér doskočí je 4,5 m, preto nemá skákať]

Úloha 2.67

Zo sedačky kolotoča, ktorá je od zvislej osi kolotoča vzdialená 5 m, sa uvoľnila počas otáčania skrutka a spadla na dlažbu. Ako ďaleko dopadla, keď vieme, že kolotoč sa otáča 30krát za minútu a sedačka je pri otáčaní vo výške 5 m?

[$d = 15,9 \text{ m}$]

Úloha 2.68

Zo striekačky vystrekuje voda pod uhlom 60° rýchlosťou $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určte maximálnu výšku trajektórie a vzdialenosť dopadu vody. Odpor vzduchu zanedbajte.

[$h_{\max} = 95,6 \text{ m}$; $d = 220,7 \text{ m}$]

Úloha 2.69

Guľa bola vystrelená pod uhlom 45° začiatočnou rýchlosťou $700 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určte dĺžku vrhu. Odpor vzduchu zanedbajte.

$$[d = 49\,949 \text{ m}]$$

Úloha 2.70

Určte maximálnu výšku a dĺžku vrhu strely, ktorá bola vystrelená začiatočnou rýchlosťou $600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pod elevačným uhlom 30° . Odpor vzduchu zanedbajte.

$$[h_{\max} = 4\,587 \text{ m}; d = 31\,781 \text{ m}]$$

Úloha 2.71

Strela bola vystrelená rýchlosťou $600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pod elevačným uhlom 30° . V akej výške zasiahne stenu horského masívu, ktorá je v horizontálnej vzdialenosti $7\,500 \text{ m}$ od dela? Odpor vzduchu zanedbajte.

$$[h = 3\,309 \text{ m}]$$

Úloha 2.72

Z dela pobrežného delostrelectva umiestneného vo výške 30 m nad hladinou mora je vypálená strela pod uhlom 45° vzhľadom na horizontálnu rovinu s počiatočnou rýchlosťou $1\,000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aká je vodorovná vzdialenosť miesta, v ktorom strela zasiahne cieľ ležiaci na hladine mora, od dela?

$$[d = 102 \text{ km}]$$

Úloha 2.73

Objekt v priamej vzdušnej vzdialenosti $5\,000 \text{ m}$ je pozorovaný pod uhlom 60° . Aký má byť výškový uhol výstrelu pri počiatočnej rýchlosti strely $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, aby bol objekt zasiahnutý, keď začne padať súčasne s výstrelom? Za aký čas výstrel objekt zasiahne? Odpor vzduchu zanedbajte.

$$[\beta = 60^\circ; t = 16,7 \text{ s}]$$

Úloha 2.74

Pod akým uhlom a s akou počiatočnou rýchlosťou musíme hodiť kameň, aby sme ho prehodili cez rieku širokú 35 m a aby let trval 1 s ?

$$[\beta = 9^\circ; v_0 = 35,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Úloha 2.75

V Galileovom diele **Rozpravy o 2 nových vedách** sa dočítame: „... pre dva rôzne elevačné uhly, ktoré sa líšia od uhla 45° o rovnakú hodnotu, je dĺžka letu rovnaká... .” Dokážte pravdivosť tohto tvrdenia.

Úloha 2.76

Lopta bola vyhodená pod uhlom 70° vzhľadom k horizontálnej rovine tak, že vletela vodorovným smerom do okna vo výške $9,6 \text{ m}$. Akou rýchlosťou bola lopta vyhodená? Aký bol polomer krivosti dráhy v okamihu, keď lopta letela cez rám okna?

$$[v = 14,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}; r = 2,54 \text{ m}]$$