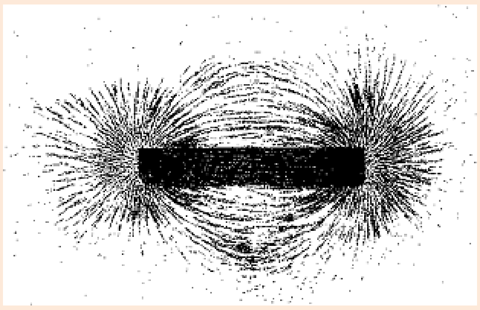
9 Magnetické pole

Ak pod papier posypaný zmagnetizovanými oceľovými pilinami priložíme pozdĺžne tyčový magnet, vytvorí sa nám z pilín zaujímavý obrazec. Prečo je to tak? Čo tento obrazec znázorňuje?



Základné pojmy:

Lorentzova sila, magnetický indukčný tok, indukčné čiary, Gaussov zákon, Biotov – Savartov zákon, indukcia magnetického poľa, Ampérov zákon celkového prúdu, magnetický moment prúdovej slučky, moment sily pôsobiacej na prúdovú slučku, potenciálna energia prúdovej slučky, orbitálny magnetický moment a orbitálny moment hybnosti elektrónu, spin, magnetizácia, magnetická polarizácia, intenzita magnetického poľa, magnetická susceptibilita, magnetická permeabilita

Magnetické pole sa vytvára v okolí častíc s vlastným spinovým magnetickým dipólovým momentom a tiež v okolí pohybujúcich sa nabitých častíc. V tejto časti sa budeme zaoberať popisom magnetického poľa a jeho pôsobením na vodiče s prúdom, charakterizujeme jeho prejavy v látkovom prostredí. Definujeme príslušné fyzikálne veličiny a ukážeme ako riešiť úlohy z tejto problematiky.

Celková sila, ktorou pôsobí magnetické pole s indukciou magnetického poľa $\vec{B}$ na náboj q pohybujúci sa rýchlosťou $\vec{v}$ je daná vzťahom

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \tag{9.1}$$

a nazýva sa **Lorentzova sila**.

Flemingovo pravidlo ľavej ruky (smer sily) – položíme ľavú ruku na vodič tak, aby indukčné čiary vstupovali do dlane a prsty ukazovali smer prúdu vo vodiči, potom vzpriamený palec ukáže smer mag. sily.

Indukcia magnetického poľa je vektorová veličina a slúži na popis veľkosti magnetického poľa a na jeho grafické znázornenie. Jednotkou magnetickej indukcie je tesla, (B) = T.

Podobne ako sme elektrické pole znázorňovali pomocou elektrických siločiar, môžeme aj magnetické pole znázorniť pomocou indukčných čiar**. Indukčné čiary** magnetického poľa sú orientované krivky, ktorých dotyčnica v každom bode má smer vektora magnetickej indukcie a tiež smer osí malých magnetov, ktorými sú zmagnetizované oceľové piliny spomenuté v úvode kapitoly. Indukčné čiary sú vždy uzavreté krivky a prechádzajú aj magnetom. Ich hustota je určená veľkosťou magnetickej indukcie. Indukčné čiary vytvárajú uzavreté slučky.

Magnetický indukčný tok cez plochu S

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \, . \tag{9.2}$$

Indukcia magnetického poľa vytvoreného tzv. elementom prúdovodiča $\mathrm{d}\vec{l}$, ktorým tečie elektrický prúd veľkosti I, v mieste s polohovým vektorom $\vec{r}$ vzhľadom na tento prúdovodič, je vyjadrená **Biotovým – Savartovým zákonom**

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \, . \tag{9.3}$$

Veličina $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ $\mathrm{A^{-2}kgms^{-2}}$, **permeabilita** vákua, charakterizuje prostredie, v ktorom sa vytvára magnetické pole.

Celkovú **indukciu magnetického poľa** v danom mieste

$$\vec{B} = \int d\vec{B}. \tag{9.4}$$

Ampérové pravidlo pravej ruky (smer indukcie) pre solenoid - ak uchopíme solenoid do PR tak, že prsty majú smer prúdu v závitoch, potom vztýčený palec ukazuje smer indukcie.

Ampérové pravidlo pravej ruky (smer indukcie) pre vodiče - vodič uchopíme do pravej ruky, zohneme prsty, palec ukazuje smer prúdu, potom zohnuté prsty ukazujú smer indukčných čiar.

Indukcia magnetického poľa vo vzdialenosti a od nekonečne dlhého priameho vodiča, ktorým tečie prúd I je daná vzťahom

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, a}. \tag{9.5}$$

Ampérov zákon celkového prúdu vyjadruje súvis medzi elektrickými prúdmi a magnetickým poľom, ktoré tieto prúdy vyvolali. Krivkový integrál magnetickej indukcie $\vec{B}$ po ľubovoľnej uzavretej orientovanej krivke l je priamoúmerný celkovému elektrickému prúdu I_c, ktorý tečie cez povrch S ohraničený touto krivkou

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I. \tag{9.6}$$

Sila $\mathrm{d}\vec{F}$, ktorou pôsobí magnetické pole $\vec{B}$ na dĺžkový element $\mathrm{d}\vec{l}$ vodiča, ktorým tečie elektrický prúd veľkosti I, je daná vzťahom

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\left(\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}\right) \tag{9.7}$$

a nazýva sa **Ampérov zákon sily**.

Ak sú dva priame rovnobežné vodiče vo vzájomnej vzdialenosti a, pričom nimi tečú prúdy I_1 a I_2, pôsobia na seba silou, ktorej veľkosť pripadajúca na jednotku dĺžky je daná vzťahom

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}. \tag{9.8}$$

Dva rovnobežné vodiče, ktorými tečú prúdy toho istého smeru, sa priťahujú a dva vodiče s prúdmi opačného smeru sa odpudzujú. Pomocou tejto sily je v sústave SI definovaná jednotka elektrického prúdu ampér.

Ampér je stály elektrický prúd, ktorý pri prechode dvomi priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi zanedbateľného kruhového prierezu umiestnenými vo vákuu vo vzájomnej vzdialenosti 1 meter vyvolá medzi nimi stálu silu 2×10^{-7} N na 1 meter dĺžky vodiča.

Elektrón má aj „vlastný moment hybnosti“ – **spin** $\vec{L}_s$, ktorý súvisí s magnetickým momentom nasledovne

$$\vec{m}_s = -\frac{e}{m_e}\vec{L}_s . \tag{9.9}$$

V mnohoelektrónových atómoch sú elektróny s rôznymi orbitami, ich magnetické momenty sú preto rôzne.

Intenzita magnetického poľa je definovaná

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} . \tag{9.10}$$

Jej jednotkou je ampér na meter, (H) =Am^{-1}.

Ak zákon celkového prúdu (9.6) zapíšeme pomocou intenzity magnetického poľa v tvare

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I , \tag{9.11}$$

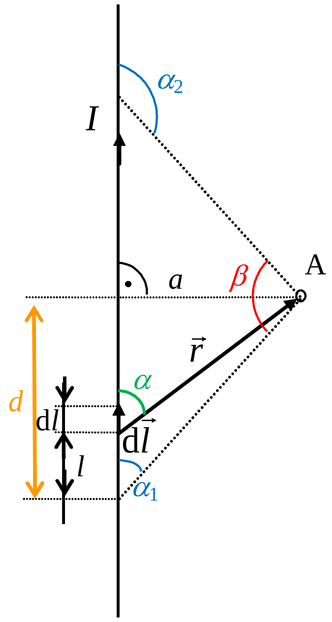
na pravej strane je celkový prúd pretekajúci plochou ohraničenou uzavretou integračnou krivkou. Avšak v rovnici ide len o tzv. makroskopické prúdy na rozdiel od rovnice (9.6), kde na pravej strane vystupujú všetky prúdy, teda aj tzv. elementárne prúdy.

○ Riešené príklady

Príklad 9.1 Vypočítajte intenzitu magnetického poľa vyvolaného úsekom priameho vodiča, ktorým preteká prúd $I = 10$ A, a to v bode nachádzajúcom sa vo vzdialenosti 5 cm kolmo od stredu tohto úseku vodiča. Dĺžka vodiča je taká, že ju vidieť z bodu, v ktorom intenzitu magnetického poľa počítame, pod zorným uhlom 60°. Prostredie okolo vodiča je vákuum ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ $A^{-2}kgms^{-2}$).

$I = 10$ A
$a = 5$ cm
$\alpha = 60°$

$H = ?$



Obr. 9.1

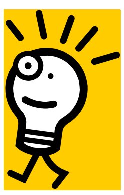
Riešenie:

Na výpočet intenzity použijeme vzťah (9.10). Pre veľkosť intenzity platí vzťah

$$H = \frac{B}{\mu_0},$$

v ktorom vystupuje indukcia B. Na jej výpočet použijeme Biotov - Savartov zákon (9.3). Príspevok elementu prúdovodiča $\mathrm{d}\vec{l}$ vodiča k celkovej indukcii magnetického poľa v bode A je podľa toho zákona

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}.$$



Pri úprave vzťahu pre indukciou elementárneho prúdovodiča sme použili vzťah pre veľkosť vektorového súčinu dvoch vektorov $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = ab \sin\alpha$ (v tomto prípade $\left|\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}\right| = \mathrm{d}l\, r \sin\alpha$, kde uhol α je uhol medzi vektormi $\mathrm{d}\vec{l}$ a $\vec{r}$).

Veľkosť tohto príspevku je

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}l \sin\alpha}{4\pi r^2}. \quad (1)$$

Vo vzťahu (1) vystupujú veličiny, ktoré nepoznáme. Na ich vyjadrenie použijeme súvis medzi veličinami *l, r,* α (obr.9.1)

$$l = d - a\,\mathrm{cotg}\,\alpha \qquad (2)$$

a

$$r = \frac{a}{\sin\alpha}. \qquad (3)$$

Na vyjadrenie d*l* diferencujeme (podobne ako derivácia) rovnicu (2)

$$\mathrm{d}l = \frac{a}{\sin^2\alpha}\mathrm{d}\alpha. \qquad (4)$$

Dosadením (3), (4) do (1) a úpravou

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}l \sin\alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I \dfrac{a}{\sin^2\alpha}\mathrm{d}\alpha\sin\alpha}{4\pi\dfrac{a^2}{\sin^2\alpha}} = \frac{\mu_0 I \sin\alpha\mathrm{d}\alpha}{4\pi a}. \qquad (5)$$

Pre indukciu poľa vytvorené celým vodičom

$$B = \int \mathrm{d}B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin\alpha\mathrm{d}\alpha}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[-\cos\alpha\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right). \qquad (6)$$

Zo zadania úlohy, v súlade s označením na obr. 9.1, platí

$$\alpha_2 = \pi - \alpha_1,$$
$$\cos\alpha_2 = \cos(\pi - \alpha_1) = \cos\pi\cos\alpha_1 - \sin\pi\sin\alpha_1 = -\cos\alpha_1, \qquad (7)$$
$$2\alpha_1 + \beta = \pi, \text{ čiže } \alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2},$$
$$\cos\alpha_1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}\right) = \cos\frac{\pi}{2}\cos\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\sin\frac{\beta}{2} = \sin\frac{\beta}{2}. \qquad (8)$$

Dosadením (7) a potom (8) do (6) a úpravou

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\cos\alpha_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\sin\frac{\beta}{2}. \qquad (9)$$

Dosadením (9) do vzťahu pre intenzitu

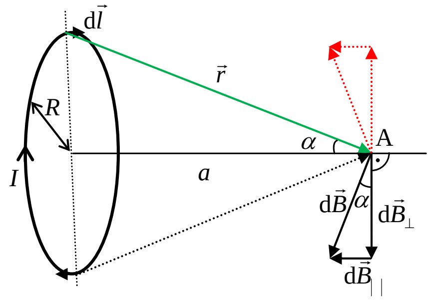
$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{I}{2\pi a}\sin\frac{\beta}{2} = \frac{10}{2.\pi.0{,}05}\sin 30^0 = \frac{10^2}{\pi}.\frac{1}{2} = \frac{50}{\pi} = 15{,}9\ \mathrm{Am^{-1}}$$

Intenzita magnetického poľa úseku priameho vodiča má v danom mieste veľkosť 15,9 Am^{-1}.

Príklad 9.2 Vodičom kruhového tvaru polomeru $R = 10$ cm preteká prúd $I = 2$ A. Vypočítajte indukciu magnetického poľa v mieste A na osi uvedeného vodiča vo vzdialenosti a = 10 cm od jeho stredu. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \mathrm{A^{-2}kgms^{-2}}$)

R = 10 cm
I = 2 A
a = 10 cm

$B = ?$



Obr. 9.2

Riešenie:

Príspevok elementu prúdovodiča $\mathrm{d}\vec{l}$ k celkovej indukcii v bode A je podľa vzťahu (9.3)

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}\,. \qquad (1)$$

Tento vektor možno rozložiť na dve zložky, kolmú $\mathrm{d}\vec{B}_\perp$ a rovnobežnú $\mathrm{d}\vec{B}_{||}$, vzhľadom na os závitu (obr. 9.2)

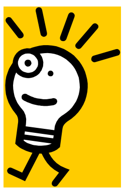
$$\mathrm{d}\vec{B} = \mathrm{d}\vec{B}_\perp + \mathrm{d}\vec{B}_{||}\,.$$

Ako je to naznačené na obrázku 9.2 (čiarkovane červené znázornené vektory), ku každému elementu prúdovodiča možno nájsť jeden a práve jeden taký, ktorý kompenzuje kolmú zložku indukcie. Je teda zrejmé, že nenulová bude len rovnobežná zložka $\mathrm{d}\vec{B}_{||}$, t.j. zložka ležiaca na osi závitu. Preto budeme vo výpočte brať do úvahy len túto zložku.
Ak si uvedomíme, že $\mathrm{d}\vec{l}\perp\vec{r}$, potom zo vzťahu (1) pre veľkosť vektora $\mathrm{d}\vec{B}$

$$\left|\mathrm{d}\vec{B}\right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}l}{r^2}\,.$$

Ak berieme do úvahy len rovnobežnú zložku, potom pre jej veľkosť

$$\mathrm{d}B = \left|\mathrm{d}\vec{B}\right|\sin\alpha = \left|d\vec{B}\right|\frac{R}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r^3}\mathrm{d}l\,.$$



Pri úprave predchádzajúceho vzťahu sme použili na vyjadrenie sin α trojuholník so stranami a, R, r z ktorého $\sin\alpha = \frac{R}{r}$

Výslednú indukciu dostaneme sčítaním príspevkov od všetkých elementov závitu

$$B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{r^3}2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{\left(R^2+a^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,. \qquad (2)$$

Dosadením číselných hodnôt do (2)

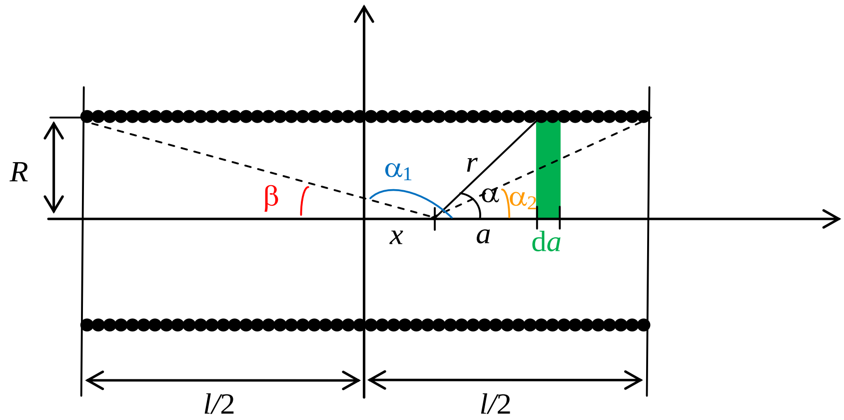
$$B = \frac{4\pi.10^{-7}.2}{2}\frac{10^{-2}}{\left(10^{-2}+10^{-2}\right)^{\frac{3}{2}}} = 4\pi.10^{-7}\frac{10}{2^{\frac{3}{2}}} = 4{,}44.10^{-6}\ \mathrm{T}.$$

Indukcia magnetického poľa daného vodiča má v bode A veľkosť 4,44.10^{-6} T.

Príklad 9.3 Odvoďte vzťah pre indukciu magnetického poľa na osi solenoidu, ktorého dĺžka je l a má z závitov.

l, z

B = ?



Obr 9.3

Riešenie:

Počítajme indukciu poľa v mieste x a vyberme si dĺžkový element solenoidu dĺžky da ako je to ukázané na obr. 9.3. Použitím vzťahu (2) z riešenia príkladu 9.2 pre indukciu tohto dĺžkového elementu

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2}\frac{R^2}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\,\frac{z}{l}\mathrm{d}a. \quad (1)$$

Na vyjadrenie da použijeme

$$\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{a}{R},$$

diferencovaním $\mathrm{d}a = -R\frac{1}{\sin^2\alpha}.$ (2)

Dosadením (2) do (1)

$$\mathrm{d}B = -\frac{\mu_0 zI}{2l}\sin\alpha\ \mathrm{d}\alpha.$$

Indukcia magnetického poľa celého solenoidu podľa (9.4) je

$$B = \int \mathrm{d}B = -\frac{\mu_0 zI}{2l}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\ \mathrm{d}\alpha = \frac{\mu_0 zI}{2l}\left[\cos\alpha\right]_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 zI}{2l}\left(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right). \quad (3)$$

Vychádzajúc z obr. 9.3 dostaneme

$$\cos\alpha_1 = \cos(\pi-\beta) = -\cos\beta = -\frac{x+\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x+\frac{l}{2}\right)^2+R^2}}, \quad (4)$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{x-\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x-\frac{l}{2}\right)^2+R^2}}. \quad (5)$$

Vzťahy (4), (5) dosadíme do (3) a pre indukciu dostaneme vzťah

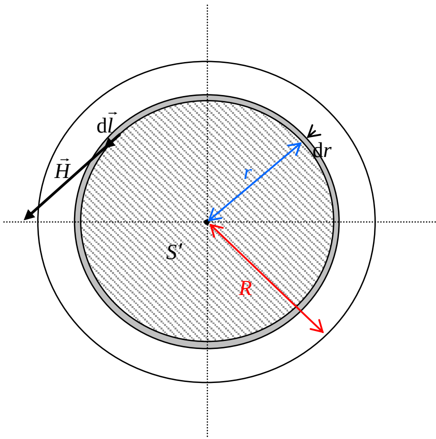
$$B = \frac{\mu_0 zI}{2l}\left(\frac{x-\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x-\frac{l}{2}\right)^2+R^2}} + \frac{x+\frac{l}{2}}{\sqrt{\left(x+\frac{l}{2}\right)^2+R^2}}\right). \quad (6)$$

Magnetická indukcia na osi solenoidu je daná vzťahom (6).

Príklad 9.4 Znázornite intenzitu magnetického poľa vodiča tvaru valca polomeru R ako funkciu polohy, ak vodičom tečúci prúd I je v celom priereze vodiča rovnomerne rozložený.

R, I

$H = \mathrm{f}(r)$



Obr. 9.4

Riešenie:

Ako integračnú dráhu si zvolíme kružnicu so stredom na osi valca s polomerom r. Nech prierezom vodiča S' o polomere r tečie prúd I'. Vzhľadom na symetriu úlohy a fakt, že indukčné čiary sú uzatvorené krivky, sú vektory $\vec{H}$ a $\mathrm{d}\vec{l}$ rovnobežné (pozri obr. 9.4).
Podľa zákona celkového prúdu v tvare (9.11)

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^{2\pi r} H\mathrm{d}l = H\int_0^{2\pi r}\mathrm{d}l = H2\pi r = I'. \quad (1)$$

Pre rovnomerne rozložený prúd v celom priereze je prúdová hustota všade rovnaká

$$j = \frac{I}{\pi R^2} = \frac{I'}{\pi r^2} \text{ , odtiaľ}$$

$$I' = \frac{r^2}{R^2} I . \quad (2)$$

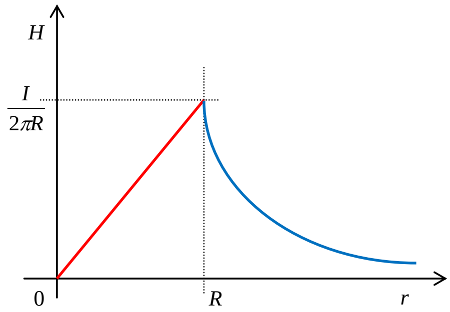
Dosadením (2) do (1) pre intenzitu H

$$H = \frac{r}{2\pi R^2} I . \quad (3)$$

Vzťah (3) vyjadruje priebeh intenzity magnetického poľa ako funkciu vzdialenosti od stredu valcového vodiča pre miesta vo vnútri vodiča, teda keď $r \leq R$.
Pre body mimo vodiča ($r \geq R$) je $I' = I$ a potom zo vzťahu (1)

$$H = \frac{1}{2\pi r} I . \quad (4)$$

Priebehy vyjadrené vzťahmi (3) a (4) sú znázornené na obrázku 9.5.



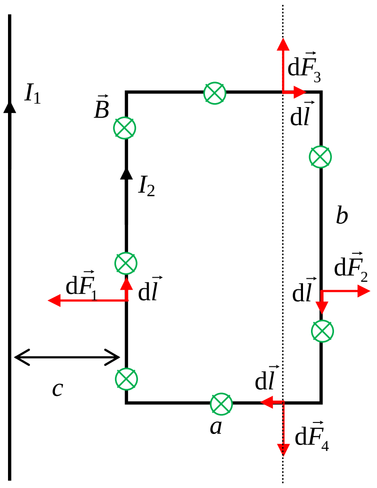
Obr. 9.5

Závislosť intenzity magnetického poľa valcového vodiča od polohy je znázornená na obr. 9.5.

Príklad 9.5 V priamom dlhom vodiči tečie prúd I_1 a vo vodiči tvaru obdĺžnika so stranami a, b tečie prúd I_2. Obdĺžnik a priamy vodič ležia v jednej rovine tak, že jedna strana obdĺžnika je rovnobežná s priamym vodičom vo vzdialenosti c od neho. Aká sila pôsobí na obdĺžnikový vodič?

I_1, I_2
a, b, c

$F = ?$



Obr. 9.6

Riešenie:

Pre silu pôsobiacu na element obdĺžnikového vodiča podľa vzťahu (9.7)

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\left(\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}\right).$$

Jej smer pre jednotlivé strany obdĺžnika určíme pomocou pravidla ľavej ruky.
V prípade, že $d\vec{l} \perp \vec{B}$, $\alpha = 90\,°$ pre veľkosť tejto sily (platí to pre sily F_1, F_2)

$$\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\alpha = I\mathrm{d}lB\,. \quad (1)$$

Pre veľkosť indukcie poľa vytvoreného priamym prúdovodičom podľa vzťahu (9.5)

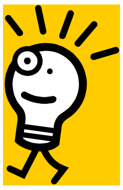
$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\, c}, \quad (2)$$

kde c vyjadruje vzdialenosť od priameho vodiča.

Sily F_3, F_4 pôsobiace na strany obdĺžnika kolmé na priamy vodič sú rovnako veľké, ale opačného smeru, preto sa kompenzujú. Ku každému bodu na jednej strane existuje práve jeden bod na druhej strane pre ktorý sa tieto sily navzájom rušia (pozri obr. 9.6). Použitím (1) a (2) pre silu pôsobiacu na stranu rovnobežnú s priamym vodičom

$$F_1 = \int \mathrm{d}F_1 = \int_0^b I_2 B\mathrm{d}l = I_2 B\int_0^b \mathrm{d}l = I_2 Bb = I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi c}b\,. \quad (3)$$

Silu F_2 vypočítame rovnako podľa vzťahu (3). Výslednú silu dostaneme ako výslednicu síl pôsobiacich na strany rovnobežné s priamym vodičom $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, pre veľkosť ktorých $F = F_1 - F_2$. (4)



Sily pôsobiace na strany obdĺžnika rovnobežné s priamym vodičom sú opačného smeru, pretože prúdy v nich tečú opačným smerom.

Potom výsledná sila

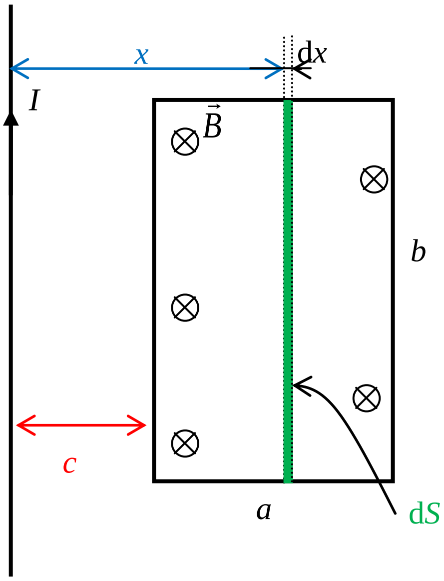
$$F = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi c} b - I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(c+a)} b =_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi c} b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{c+a}\right). \quad (5)$$

Na obdĺžnikový vodič pôsobí sila daná vzťahom (5).

Príklad 9.6 Aký je indukčný tok cez plochu obdĺžnikového závitu umiestneného v magnetickom poli s indukciou $B = \mathrm{A}/x$, kde $\mathrm{A} = 10^{-4}$ Wbm^{-1}, $a = 8$ cm, $b = 10$ cm, $c = 10$ cm (obr. 9.7) a smer indukcie je kolmý na plochu obdĺžnika?

$\mathrm{A} = 10^{-4}$ Wbm^{-1}
$a = 8$ cm
$b = 10$ cm
$c = 10$ cm

$\Phi = ?$



Obr. 9.7

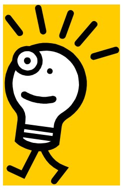
Riešenie:

Magnetický indukčný tok je definovaný vzťahom (9.2)

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

Vektor $\mathrm{d}\vec{S}$ je vektor, ktorý je priradený ploche dS, je na ňu kolmý a jeho veľkosť sa rovná veľkosti plochy. Smer vektora indukcie určíme pomocou pravidla pravej ruky. V našom prípade sú vektory $\mathrm{d}\vec{S}$ a $\vec{B}$ rovnobežné ($\alpha = 0^0$), preto

$$\Phi = \iint_S B\mathrm{d}S\,. \quad (1)$$



Pri úprave vzťahu (1) sme použili vzťah pre veľkosť skalárneho súčinu dvoch vektorov $\vec{a}.\vec{b} = ab\ \cos\alpha$ (v tomto prípade $\vec{B}\times d\vec{S} = B\,dS\cos\ \alpha$, kde uhol α je uhol medzi vektormi $\vec{B}$ a $d\vec{S}$, cos 0^0=1).

Pre veľkosť indukcie vo vzdialenosti x od priameho vodiča platí podľa zadania platí

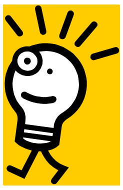
$$B = \frac{\mathrm{A}}{x}\,, \quad (2)$$

Indukcia sa mení so vzdialenosťou x. Pre elementárnu plôšku dS je indukcia poľa B všade rovnaká (pozri obr. 9.7), pretože predpokladáme, že dx je veľmi malé

$$\mathrm{d}S = b\mathrm{d}x\,. \quad (3)$$

Dosadením (2), (3) do (1) a úpravou

$$\Phi = \int_c^{c+a} \frac{\mathrm{A}}{x} b\mathrm{d}x = \mathrm{A}b\int_c^{c+a}\frac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{A}b\ln\frac{c+a}{c} = 10^{-4}.0{,}1\ ln\frac{0{,}1+0{,}08}{0{,}1} = 5{,}88.10^{-5}\ \mathrm{Wb}.$$



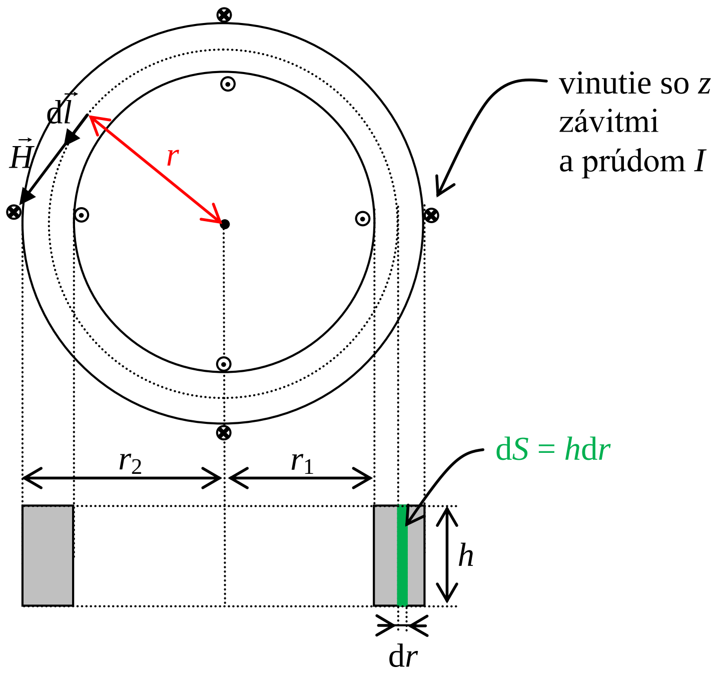
Pri výpočte magnetického indukčného toku cez plochu obdĺžnika integrujeme v hraniciach, ktoré zodpovedajú danej ploche, teda nie od 0 ale od c po c + a.

Magnetický indukčný tok cez plochu obdĺžnikového závitu je 5,88.10^{-5} Wb.

Príklad 9.7 Vypočítajte hodnotu indukčného toku Φ cez obdĺžnikový prierez kruhovej cievky (toroidu), ak vodičom tečie prúd I = 1,7 A, celkový počet závitov z = 1000, pomer vonkajšieho a vnútorného priemeru je α = 1,6, hrúbka h = 5 cm (obr. 9.8).
(μ_0 = 4π.10^{-7} A^{-2}kgms^{-2})

I_1, I_2
a, b, c

$\Phi = ?$



Obr. 9.8

Riešenie:

Situácia je znázornená na obr. 9.8. Predpokladáme, že závity sú rovnomerne uložené po celom obvode toroidu. Magnetický indukčný tok je definovaný vzťahom (9.2)

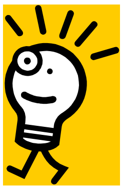
$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S}\,, \quad (1)$$

a preto najskôr potrebujeme nájsť vzťah pre indukciu magnetického pola pre jednotlivé body v priereze toroidu. Na tento výpočet použijeme zákon celkového prúdu (9.11) v tvare

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I\,. \ (2)$$

Zvolíme si uzavretú integračnú krivku ako sústrednú kružnicu k obvodovým kružniciam toroidu (pozri obrázok) a časť jej dĺžky - vektor $\mathrm{d}\vec{l}$. Vzhľadom na to, že magnetické indukčné čiary sú uzavreté a tiež vzhľadom na symetriu úlohy, bude mať intenzita magnetického poľa smer dotyčnice k integračnej krivke. V súlade so smerom toku prúdu bude orientácia vektor $\vec{H}$ taká ako na obr. 7.8 (pravidlo pravej ruky). Vektory $\mathrm{d}\vec{l}$ a $\vec{H}$ sú teda rovnobežné. Pre integrál na ľavej strane vzťahu (2) potom

$$\oint \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_0^{2\pi r} H \mathrm{d}l = H \int_0^{2\pi r} \mathrm{d}l = H\, 2\pi R\,. \quad (3)$$



Pri úprave vzťahu (3) sme použili vzťah pre veľkosť skalárneho súčinu dvoch vektorov $\vec{a}.\vec{b} = ab\ \cos\alpha$. *Keďže uhol medzi* vektormi $d\vec{l}$ *a* $\vec{H}$ *je* 0^0, *potom cos* $0^0=1$. *Intenzita H je konštantná na zvolenej integračnej krivke, preto sme ju vybrali pred integrál. Integrovali sme pozdĺž celého obvodu integračnej krivky od 0 po* $2\pi r$.

Pravá strana vo vzťahu (2) vyjadruje celkový makroskopický prúd, ktorý tečie plochou ohraničenou integračnou dráhou. Pre našu situáciu je tento prúd *zI* (cez danú plochu prechádza *z* závitov s prúdom *I*) a po dosadení do (2)

$$H 2\pi R = zI\ .$$

Pre intenzitu magnetického poľa

$$H = \frac{zI}{2\pi r}\ .$$

Použitím vzťahu (9.10) pre indukciu magnetického poľa

$$B = \mu H = \mu \frac{zI}{2\pi r}, \quad (4)$$

kde μ je permeabilita materiálu, z ktorého je zhotovené jadro toroidu.

Pri výpočte magnetického indukčného toku zo vzťahu (1) si zvolíme elementárnu plôšku d*S* tak ako je to znázornené na obr. 9.8. Zároveň si uvedomíme, že vektor tejto plôšky $\mathrm{d}\vec{S}$ a vektor $\vec{B}$ sú rovnobežné. Opäť platí, že vektor $\mathrm{d}\vec{S}$ je vektor, ktorý je priradený ploche d*S*, je na ňu kolmý a jeho veľkosť sa rovná veľkosti plochy. Potom po dosadení a úpravou

$$\Phi = \iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \iint_S B\mathrm{d}S = \int_{r_1}^{r_2} \mu \frac{zI}{2\pi r} h\mathrm{d}r = \frac{z\mu h}{2\pi} I \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r}\mathrm{d}r = \frac{z\mu h}{2\pi} I \ln \frac{r_2}{r_1} = 79{,}9.10^{-7}\ \mathrm{Wb}\ . \quad (5)$$

Indukčný tok cez prierez toroidu je 79,9.10^{-7} Wb.

○ Úlohy

9.1 Určte indukciu a intenzitu magnetického poľa vo vzdialenosti a = 5 cm od veľmi dlhého priameho vodiča, keď ním preteká prúd I = 5 A. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B = 2.10^{-5}$ T, H = 15,915 Am^{-1}]

9.2 Vypočítajte magnetickú indukciu v strede závitu tvaru štvorca so stranou a = 10 cm, ktorým preteká prúd I = 5 A. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B = 0{,}56.10^{-4}$ T]

9.3 Vypočítajte indukciu magnetického poľa budeného dvoma priamymi, nekonečne dlhými rovnobežnými vodičmi, vzdialenými od seba 10 cm, ktorými prechádza ten istý prúd I = 2 A v tom istom smere, vo vzdialenosti a_1 = 4 cm od prvého vodiča na spoločnej kolmej spojnici oboch vodičov. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B = 3{,}33.10^{-6}$ T]

Pri riešení týchto úloh sa inšpirujte príkladom 9.1.

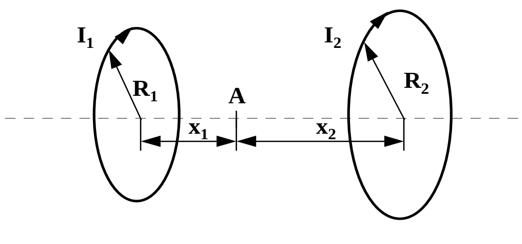
9.4 Určte indukciu a intenzitu magnetického poľa v strede kruhového vodiča polomeru R = 5 cm, keď ním preteká prúd I = 5 A. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B = 6{,}283.10^{-5}$ T, H = 50 Am^{-1}]

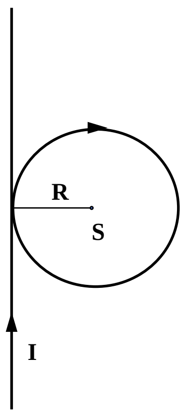
9.5 Dvoma vodičmi kruhového tvaru polomerov R_1 = 10 cm, R_2 = 15 cm preteká prúd I_1 = 2 A, I_2 = 5 A, takže vo svojom okolí budia magnetické pole (obr.9.9). Vypočítajte jeho intenzitu v bode A na osi týchto kruhových vodičov, ktorého vzdialenosti od ich stredov sú x_1 = 5 cm, x_2 = 10 cm. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2} kgms^{-2})

[H =16,8 Am^{-1}]

Použite výsledok riešenia príkladu 9.2.



Obr. 9.9



Obr. 9.10

9.6 Vypočítajte indukciu a intenzitu magnetického poľa v strede a na konci solenoidu dĺžky l = 1m, polomeru R = 2 cm, s počtom závitov z = 2000, keď závitmi preteká prúd I = 5 A. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B_S = 4\pi.10^{-3}$ T, $H_S = 10^4$Am^{-1}, $B_K = 2\pi.10^{-3}$ T, $H_K = 0{,}5.10^4$Am^{-1}]

Pomôžte si príkladom 9.3.

9.7 Dva kruhové vodiče, každý polomeru $R = 5$ cm, majú spoločný stred a ich roviny sú na seba kolmé. Vypočítajte smer a veľkosť intenzity magnetického poľa v strede závitov, keď prúdy pretekajúce vodičmi sú $I_1 = 3$ A a $I_2 = 4$ A.

[$H = 50$ Am^{-1}]

9.8 Veľmi dlhý priamy vodič, ktorým tečie prúd $I = 10$ A, vytvára v určitom mieste kruhový závit polomeru $R = 4{,}28$ cm ležiaci v rovine preloženej prúdovodičom (Obr.9.10). Vypočítajte veľkosť a smer magnetickej indukcie v strede uvedeného závitu. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2} kgms^{-2})

[$B = 1{,}9.10^{-4}$ T]

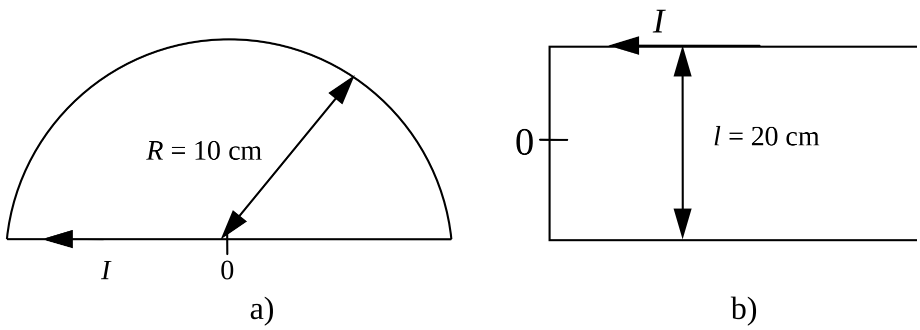
9.9 Veľmi dlhý priamy vodič, ktorým tečie prúd $I = 10$ A, vytvára v určitom mieste kruhový závit polomeru $R = 4{,}28$ cm ležiaci tak, že normála na rovinu závitu je rovnobežná s priamou časťou vodiča. Vypočítajte smer a veľkosť indukcie magnetického poľa v strede uvedeného závitu. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B = 1{,}54.10^{-4}$ T]

9.10 Na obvode kotúča polomeru 10 cm je rovnomerne rozložený náboj $Q = 10^{-8}$ C. Kotúč sa otáča okolo osi prechádzajúcej jeho stredom s frekvenciou $f = 100$ s^{-1}. Vypočítajte, aká je intenzita magnetického poľa v strede kotúča.

[$H = 5.10^{-4}$ Am^{-1}]

9.11 Vypočítajte silu pôsobiacu na jednotku dĺžky tenkého vodiča s prúdom $I = 8$ A v bode 0, ak je vodič tvaru podľa obr. 9.11.



Obr. 9.11

[a) dF/dl = 2.10^{-4} Nm^{-1}, b) dF/dl= 1,28.10^{-4} Nm^{-1}]

9.12 Dvomi dlhými priamymi rovnobežnými vodičmi tečú rovnaké prúdy opačných smerov $I = 400$ A. Vzdialenosť medzi vodičmi $d = 30$ cm. Určte veľkosť a smer sily pôsobiacej na $l = 10$ m dĺžky každého z vodičov. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$F = 1{,}066$ N]

9.13 V homogénnom magnetickom poli s indukciou horizontálneho smeru je kolmo na indukčné čiary uložený v horizontálnom smere vodič, ktorého 1 cm má tiaž 1 N a tečie ním prúd $I = 1$ A. Akú hodnotu má mať indukcia magnetického poľa, aby vodič nepadal, ale sa vznášal? ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[$B = 100$ T]

Pri týchto úlohách si pomôžte príkladom 9.5.

9.14 Dva priame veľmi dlhé, rovnobežné vodiče sa nachádzajú v určitej vzdialenosti od seba. Vodičmi pretekajú prúdy $I_1 = 40$ A a $I_2 = 30$ A v rovnakých smeroch. Na zväčšenie vzájomnej vzdialenosti vodičov na trojnásobok treba vykonať určitú prácu. Vypočítajte časť tejto práce, ktorá pripadá na jednotkovú dĺžku vodiča. ($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ A^{-2}kgms^{-2})

[A/l = 2,6.10^{-4} Jm^{-1}]

9.15 Pomocou zákona celkového prúdu určte indukciu magnetického poľa koaxiálneho kábla v ľubovoľnej vzdialenosti r od jeho stredu. Prúd I tečie vodičom polomeru r_1 a vracia sa tieniacim plášťom, vnútorný a vonkajší polomer ktorého je r_2 a r_3. Priestor medzi centrálnym vodičom a plášťom je vyplnený dielektrikom.

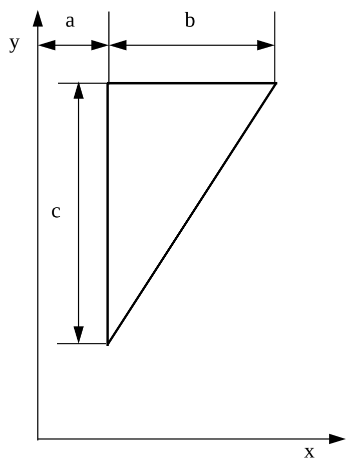
[a) $0 < r < r_1$: $B = \dfrac{\mu I}{2\pi r_1}.r$, b) $r_1 < r < r_2$: $B = \dfrac{\mu I}{2\pi}.\dfrac{1}{r}$,

c) $r_2 < r < r_3$: $B = \dfrac{\mu I}{2\pi r}.\left(1 - \dfrac{r^2 - r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}\right)$, d) $r > r_3$: $B = 0$]

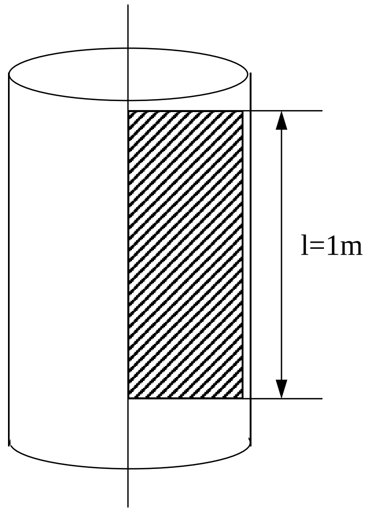
Inšpirujte sa príkladom 9.4.

9.16 Aký je magnetický indukčný tok Φ cez plochu závitu tvaru pravouhlého trojuholníka, ktorý je umiestnený v magnetickom poli s indukciou, ktorá sa mení podľa vzťahu $B = A/x$, keď $a = 8$ cm, $b = 10$ cm, $c = 10$ cm, A = 10^{-4} Wbm^{-1} (Obr.9.12)? Dané magnetické pole je kolmé na rovinu xy, teda aj na rovinu trojuholníka.

[Φ = 0,458.10^{-5} Wb]



Obr. 9.12



Obr. 9.13

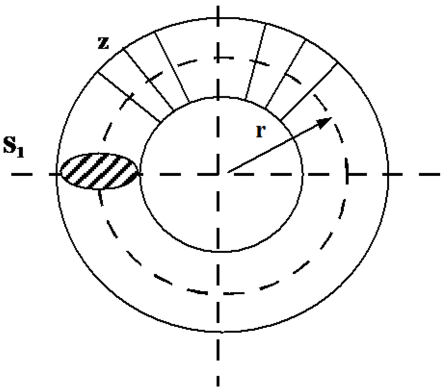
9.17 Dlhým priamym vodičom kruhového prierezu tečie prúd I (obr.9.13). Vypočítajte tok magnetickej indukcie cez jednu polovicu osového prierezu vodiča s permeabilitou μ na jeden meter jeho dĺžky.

[$\dfrac{B}{l} = \dfrac{\mu I}{4\pi}$]

9.18 Kruhovou cievkou prierezu $S_1 = 4\ \text{cm}^2$ (Obr. 9.14), so stredným polomerom 10 cm a 1500 závitmi tečie prúd $I = 1$ A. Aká je indukcia magnetického poľa B a indukčný tok Φ v tejto cievke, ak je navinutá na železné jadro s relatívnou permeabilitou $\mu_r = 200$?

($\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ \text{A}^{-2}\text{kgms}^{-2}$)

[B = 0,6 T, Φ = 0,36 Wb]



Obr. 9.14

Pri riešení úlohách 9.16-9.18 hľadajte inšpiráciu v príklade 9.6 a 9.7.

9.19 Elektrón vletí do homogénneho magnetického poľa s indukciou $B = 0{,}01$ T rýchlosťou $v_0 = 10^4\ \text{ms}^{-1}$, ktorá zviera so smerom indukcie uhol $\alpha = 30°$. Vypočítajte polomer závitu skrutkovice, po ktorej sa elektrón bude pohybovať, výšku jedného závitu, ako aj čas, za ktorý prejde elektrón dráhu $s = 1$ m v smere osi skrutkovice.

($m_0 = 9{,}1.10^{-31}$ kg, $e = 1{,}602.10^{-19}$ As)

[$R = 2{,}84.10^{-6}$ m, $h = 3{,}09.10^{-5}$ m, $t = 0{,}115.10^{-3}$ s]