

## 8 Elektrický prúd

Voda v rýchlovarnej kanvici sa dostane do varu za určitý čas. Je to určite skôr ako varenia vody na klasickom plynovom šporáku. Čím je to spôsobené a ako by sme mohli tento dej urýchliť?



### Základné pojmy:

stredný elektrický prúd, okamžitý elektrický prúd, prúdová hustota, zákon zachovania elektrického náboja, Ohmov zákon, rezistivita, konduktivita, Jouleov zákon

**Elektrický prúd** vo vodičoch je sprostredkovaný voľnými elektrónmi, ktoré sa pohybujú. Nazývajú sa vodivostné elektróny. V tejto časti sa sústreďíme na definovanie prúdu ako aj veličín, ktoré s ním bezprostredne súvisia. Ukážeme aj ako riešiť príklady na túto tému.

**Stredný elektrický prúd** vo vodiči môžeme vyjadriť v tvare

$$I_s = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad (8.1)$$

kde  $\Delta Q$  je náboj, ktorý prejde daným miestom prierezu vodiča počas časového intervalu  $\Delta t$ .

Pre **okamžitý elektrický prúd** tečúci vodičom platí

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}. \quad (8.2)$$

Jednotkou elektrického prúdu je ampér, ( $I$ ) = A.

Množstvo náboja, ktorý v danom mieste pretečie za jednotku času jednotkovou plochou kolmo na túto plochu, vyjadruje mikroskopická veličina – **prúdová hustota**  $\vec{j}$ .

Elementárny prúd, ktorý preteká elementárnou plochou  $dS$ , potom vyjadruje vzťah

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}, \quad (8.3)$$

kde

$$d\vec{S} = \vec{n} dS. \quad (8.4)$$

Vektor  $\vec{n}$  je jednotkový vektor ležiaci v smere normály k  $dS$ .



*Vektor  $\vec{j}$  je orientovaný v smere v akom by sa za daných podmienok pohybovali nosiče kladného náboja.*

Prúd, ktorý tečie plochou  $S$ , vypočítame ako integrál cez celú danú plochu

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}. \quad (8.5)$$

Prúdová hustota  $\vec{j}$  súvisí so strednou rýchlosťou prúdenia nábojov  $\vec{v}_s$  vzťahom

$$\vec{j} = \rho_v \vec{v}_s, \quad (8.6)$$

kde  $\rho_v$  je hustota voľného náboja.

Ak je za transport náboja zodpovedný pohyb nábojov veľkosti  $e$  a keď v objemovej jednotke je  $n$  takýchto nábojov, potom pre prúdovú hustotu platí

$$\vec{j} = en\vec{v}_s. \quad (8.7)$$

*Zákon zachovania elektrického náboja* hovorí, že celkové množstvo náboja, ktorý vznikne v ľubovoľnom procese, je rovný nule.

Je možné ho vyjadriť aj matematicky. Majme objem  $V$ , ktorý je ohraničený uzavretou plochou  $S$ . Ak prúdi náboj smerom von z uzavretej plochy, náboj  $Q_v$  vo vnútri sa musí zmenšiť o toto odpovedajúce množstvo. Zákon zachovania elektrického náboja teda môžeme zapísať takto

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} Q_v. \quad (8.8)$$

*Ohmov zákon* - prúd  $I$  v kovovom vodiči je priamo úmerný potenciálovému rozdielu  $U$ , ktorý je medzi koncami vodiča.

$$I = \frac{U}{R}, \quad (8.9)$$

kde  $R$  je elektrický odpor vodiča. Táto závislosť sa často zapisuje v tvare  $U = IR$  a nazýva sa **Ohmov zákon**.

Jednotkou odporu je ohm,  $(R) = \Omega$ .

**Elektrický odpor** vodivého drôtu je priamo úmerný jeho dĺžke  $l$  a nepriamo úmerný jeho prierezu  $S$ , takže platí

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (8.10)$$

kde  $\rho$  je tzv. rezistivita (merný odpor) materiálu drôtu. Jej jednotkou je ohm meter,  $(\rho) = \Omega\text{m}$ .

Odpor kovov rastie s teplotou a pre nie príliš široký teplotný interval jeho závislosť na teplote možno vyjadriť lineárnou závislosťou typu

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad (8.11)$$

kde  $R$  je odpor pri teplote  $T$ ,  $R_0$  je odpor pri teplote  $T_0$  a  $\alpha$  je teplotný koeficient odporu.

Prevrátená hodnota rezistivity  $\rho$  sa nazýva **konduktivita** (merná vodivosť)

$$\gamma = \frac{1}{\rho}, \quad (8.12)$$

jej jednotka ( $\gamma$ ) =  $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .

**Ohmov zákon** môže byť zapísaný aj v mikroskopickom tvare

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (8.13)$$

kde  $\vec{E}$  je intenzita elektrického poľa v danom mieste vodiča.

**Jouleov zákon** v diferenciálnom tvare (z mikroskopického pohľadu), vyjadruje výkon resp. energiu odovzdanú nábojovými nosičmi za jednotku času v jednotkovom objeme prostrediu, v ktorom sa tieto pohybujú

$$P_n = \vec{j} \cdot \vec{E}. \quad (8.14)$$

Ak uvažujeme úsek vodiča, medzi koncami ktorého je elektrický napätie  $U$  a ktorým tečie elektrický prúd  $I$ , potom pre **výkon** v jeho objeme platí

$$P = UI. \quad (8.15)$$



*Rovnica (8.15) vyjadruje Jouleov zákon. V uvedenom tvare tento zákon platí obecné, nie len pre špeciálny prípad úseku vodiča ako sme to uviedli vyššie.*

Energia uvoľnená v dôsledku toku prúdu je ekvivalentná dodaniu tepla  $Q^*$ , takže môžeme písať

$$P = UI = \frac{dQ^*}{dt}. \quad (8.16)$$

Pre **teplo** zároveň platí

$$Q^* = \int_0^t UI dt. \quad (8.17)$$

## ○ Riešené príklady

**Príklad 8.1** Hustota prúdu v hliníkovom vodiči je  $j = 1 \text{ Amm}^{-2}$ . Vypočítajte strednú rýchlosť  $v_s$  usporiadaného pohybu elektrónov za predpokladu, že počet voľných elektrónov v jednotkovom objeme hliníka sa rovná počtu atómov v jednotkovom objeme. ( $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ ,  $M_{\text{Al}} = 27 \cdot 10^{-3} \text{ kgmol}^{-1}$ ,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ ,  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ )

$$j = 1 \text{ Amm}^{-2} = 10^6 \text{ Am}^{-2}$$

$$\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}$$

$$M_{\text{Al}} = 27 \cdot 10^{-3} \text{ kgmol}^{-1}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

---

$$v_s = ?$$

### Riešenie:

Prúdovú hustotu vyjadríme podľa vzťahu (8.7)  $j = nev_s$ . Odtiaľ pre strednú rýchlosť

$$v_s = \frac{j}{en}, \quad (1)$$

kde  $n$  je v tomto prípade počet voľných elektrónov v jednotkovom objeme, ale tiež aj počet atómov hliníka v jednotkovom objeme (meter kubický).

Ak označíme  $m_0$  hmotnosť atómu hliníka, pre hustotu

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{Nm_0}{V} = \frac{N}{V}m_0 = nm_0. \quad (2)$$



Pri úprave vzťahu (2) sme počet atómov hliníka v objeme  $V$  označili  $N$ , potom  $n = N/V$ .

Pomocou molovej hmotnosti hliníka ( $M_{\text{Al}}$ ) a Avogadrovej konštanty ( $N_A$ ) pre hmotnosť jedného atómu hliníka

$$m_0 = \frac{M_{\text{Al}}}{N_A}. \quad (3)$$

Dosadením (3) do (2) a úpravou

$$n = \rho \frac{N_A}{M_{\text{Al}}}. \quad (4)$$

Po dosadení (4) do (1) pre strednú rýchlosť

$$v_s = \frac{j}{e\rho} \frac{M_{\text{Al}}}{N_A},$$

$$v_s = \frac{10^6}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 2,7 \cdot 10^3} \frac{27 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$$

**Stredná rýchlosť usporiadaného pohybu elektrónov je  $1,04 \cdot 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ .**

**Príklad 8.2** Vypočítajte náboj  $Q$ , ktorý prejde obvodom s odporom  $R = 5 \Omega$  pri rovnomernom narastaní napätia z hodnoty  $U_1 = 3 \text{ V}$  na  $U_2 = 7 \text{ V}$  za čas  $t_2 = 2 \text{ s}$ .

$$R = 5 \Omega$$

$$U_1 = 3 \text{ V}$$

$$U_2 = 7 \text{ V}$$

$$t_2 = 2 \text{ s}$$

---


$$Q = ?$$

**Riešenie:**

Prúd je definovaný podľa vzťahu (8.2)

$$I = \frac{dQ}{dt}, \text{ odtiaľ pre náboj } Q = \int I dt. \quad (1)$$

Zároveň pre prúd podľa Ohmovho zákona (8.9)

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2)$$

Na vyjadrenie časovej závislosti prúdu tečúceho vodičom použijeme napätie. Zo zadania príkladu vyplýva, že napätie narastá rovnomerne s časom, preto je možné ho vyjadriť ako lineárnu funkciu času

$$U = kt + q. \quad (3)$$

Použitím počiatočných podmienok vyjadríme koeficienty  $k$ ,  $q$ :

v čase  $t = t_1 = 0 \text{ s}$  je  $U = U_1$ , dosadením do (3)  $U_1 = k \cdot 0 + q$ , odtiaľ

$$q = U_1, \quad (4)$$

v čase  $t = t_2$  je  $U = U_2$ , dosadením do (3) s využitím (4),  $U_2 = kt_2 + U_1$ , odtiaľ

$$k = \frac{U_2 - U_1}{t_2}. \quad (5)$$

Po dosadení (4), (5) do (3) a výsledný vzťah do (2) pre prúd

$$I = \frac{1}{R} \left( \frac{U_2 - U_1}{t_2} t + U_1 \right). \quad (6)$$



Zo vzťahu (6) vyplýva, že prúd je funkciou času. Potom náboj vypočítame podľa vzťahu (1), v ktorom budeme uvažovať zmenu náboja od začiatku tečenia prúdu ( $t_1 = 0 \text{ s}$ ) až po čas  $2 \text{ s}$ .

Rovnicu (6) dosadíme do (1)

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{R} \left( \frac{U_2 - U_1}{t_2} t + U_1 \right) dt \quad (7)$$

Úpravou

$$Q = \left[ \frac{1}{R} \left( \frac{U_2 - U_1}{2t_2} t^2 + U_1 t \right) \right]_{t_1=0}^{t_2=2}.$$

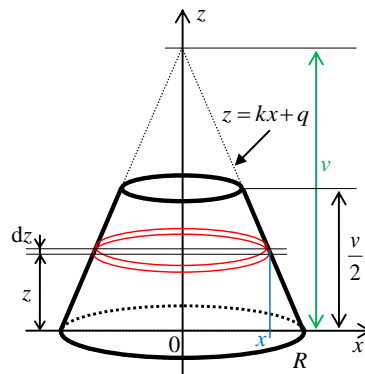
Po číselnom dosadení

$$Q = \frac{1}{R} \left( \frac{U_2 - U_1}{2t_2} t_2^2 + U_1 t_2 \right) = \frac{1}{R} \left( \frac{U_2 - U_1}{2} t_2 + U_1 t_2 \right) = \frac{1}{R} \frac{U_1 + U_2}{2} t_2 = \frac{1}{5} \frac{7 + 3}{2} 2 = 2 \text{ C}.$$

**Prejdený náboj má hodnotu 2 C.**

**Príklad 8.3** Z materiálu s merným odporom  $\rho$  bol zhotovený kužeľ s polomerom  $r$  a výškou  $v$ . V polovici výšky bol kužeľ zrezaný. Vypočítajte odpor kužeľa, ak prívodmi prúdu sú obe jeho podstavy.

$$\frac{\rho, r, v}{R = ?}$$



**Riešenie:**

Situácia je znázornená na obrázku. Na výpočet použijeme vzťah [\(8.10\)](#)

$$\mathfrak{R} = \rho \frac{l}{S}. \quad (1)$$

Nakoľko plocha prierezu vodiča  $S$  sa mení, rozdelíme kužeľ na elementárne úseky  $dz$  (pozri obrázok). Použijúc (1), pre odpor takéhoto elementárneho úseku platí

$$d\mathfrak{R} = \rho \frac{dz}{S} = \rho \frac{dz}{\pi x^2}. \quad (2)$$

Takéto elementárne úseky sú vzhľadom na odpor medzi podstavami zapojené za sebou, preto výsledný odpor je potom súčtom odporov takýchto úsekov a preto, aj s použitím (2), môžeme písať

$$\mathfrak{R} = \int d\mathfrak{R} = \int_0^{\frac{v}{2}} \rho \frac{dz}{\pi x^2} = \frac{\rho}{\pi} \int_0^{\frac{v}{2}} \frac{dz}{x^2}. \quad (3)$$

Sklon kužeľovej plochy môžeme vyjadriť lineárnou funkciou (pozri obrázok)

$$z = kx + q. \quad (4)$$

Platia podmienky

$$z = 0 \text{ pre } x = R,$$

$$z = v \text{ pre } x = 0.$$

Po dosadení podmienok do (4) dostaneme sústavu 2 rovníc, z ktorých si vyjadríme koeficienty  $k, q$ .

$$0 = kR + q, \quad v = k0 + q, \quad \Rightarrow q = v, \quad 0 = kR + v, \quad \Rightarrow k = -\frac{v}{R}.$$

Koeficienty  $k, q$  dosadíme do (4) a vyjadríme  $x$  ako funkciu  $z$

$$z = -\frac{v}{R}x + v \Rightarrow x = -\frac{R}{v}z + R \quad (5)$$

Rovnicu (5) dosadíme do (3) a vypočítame výsledný odpor

$$\mathfrak{R} = \frac{\rho}{\pi} \int_0^{\frac{v}{2}} \frac{dz}{\left(-\frac{R}{v}z + R\right)^2} = -\frac{\rho}{\pi} \frac{v}{R} \left[ -\frac{1}{-\frac{R}{v}z + R} \right]_0^{\frac{v}{2}} = \frac{\rho}{\pi} \frac{v}{R} \left( \frac{1}{-\frac{R}{2} + R} - \frac{1}{R} \right) = \frac{\rho}{\pi} \frac{v}{R} \left( \frac{2}{R} - \frac{1}{R} \right),$$

$$\mathfrak{R} = \frac{\rho}{\pi} \frac{v}{R^2}.$$

**Výsledný odpor je**  $\frac{\rho}{\pi} \frac{v}{R^2}$ .

**Príklad 8.4** Uhlíkový a železný vodič rovnakého prierezu zapojíme za sebou. Pri akom pomere ich dĺžok bude výsledný odpor nezávislý od teploty? ( $\alpha_C = -0,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $\alpha_{Fe} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ,  $\rho_C = 4 \cdot 10^{-5} \text{ } \Omega\text{m}$ ,  $\rho_{Fe} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ } \Omega\text{m}$ )

$$\alpha_C = -0,8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1},$$

$$\alpha_{Fe} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1},$$

$$\rho_C = 4 \cdot 10^{-5} \text{ } \Omega\text{m},$$

$$\rho_{Fe} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ } \Omega\text{m},$$

$$l_C/l_{Fe} = ?$$

**Riešenie:**

Pre celkový odpor sústavy pri zapojení za sebou podľa (8.11) platí

$$R = R_C + R_{Fe} = R_{0C}(1 + \alpha_C t) + R_{0Fe}(1 + \alpha_{Fe} t) = R_{0C} + R_{0Fe} + (R_{0C}\alpha_C + R_{0Fe}\alpha_{Fe})t$$

Aby bol celkový odpor nezávislý od teploty musí byť v poslednom vzťahu výraz obsahujúci teplotu nulový. Potom

$$R_{0C}\alpha_C + R_{0Fe}\alpha_{Fe} = 0 \quad (1)$$

Ak využijeme vzťah (8.10)

$$R = \rho \frac{l}{S}, \text{ ktorý dosadíme do (1), dostaneme}$$

$$\rho_C \frac{l_C}{S} \alpha_C + \rho_{Fe} \frac{l_{Fe}}{S} \alpha_{Fe} = 0. \quad (2)$$

Úpravou (2) vypočítame výsledný pomer dĺžok

$$\rho_C l_C \alpha_C + \rho_{Fe} l_{Fe} \alpha_{Fe} = 0,$$

$$\frac{l_C}{l_{Fe}} = -\frac{\rho_{Fe} \alpha_{Fe}}{\rho_C \alpha_C} = \frac{1,2 \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-5} \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}} = 0,0225.$$

**Pri pomere dĺžok  $l_C/l_{Fe} = 0,0225$  bude výsledný odpor nezávislý od teploty.**



**Príklad 8.5** Vodičom odporu  $5 \Omega$  pretekol celkový náboj  $Q = 40 \text{ C}$ . Aká veľká práca sa tým vykonala, keď pretekajúci prúd klesal s časom podľa vzťahu  $I = I_0 e^{-bt}$  tak, že za každých 16 s sa zmenšil na polovicu?

$$\begin{aligned} R &= 5 \Omega, \\ Q &= 40 \text{ C}, \\ I &= I_0 e^{-bt}, \\ t_1 &= 16 \text{ s} \dots I_1 = I_0/2, \\ \hline W &= ? \end{aligned}$$

**Riešenie:**

Prácu vykonanú pretekajúcim prúdom môžeme vypočítať zo vzťahu

$$W = \int_0^t U I dt. \quad (1)$$

Do rovnice (1) dosadíme napätie vyjadrené z Ohmovho zákona (8.9)  $U = RI$ . Dostaneme

$$W = \int_0^t R I^2 dt. \quad (2)$$

Za prúd dosadíme výraz zo zadania úlohy a dostaneme

$$W = R I_0^2 \int_0^t e^{-2bt} dt = -\frac{R I_0^2}{2b} [e^{-2bt}]_0^t = -\frac{R I_0^2}{2b} (e^{-2bt} - 1). \quad (3)$$

Prúd s časom klesá exponenciálne na nulu. Ak teda počítame prácu až do okamihu kým prestane tiecť prúd, platí

$$W = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[ -\frac{R I_0^2}{2b} (e^{-2bt} - 1) \right] = \frac{R I_0^2}{2b}. \quad (4)$$

Aby sme mohli vypočítať prácu zo vzťahu (4) potrebujeme poznať hodnoty veličín  $b$  a  $I_0$ . Z definície okamžitého prúdu (8.2) a zadania úlohy dostaneme

$$I = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q = \int I dt = I_0 \int_0^{\infty} e^{-bt} dt = -\frac{I_0}{b} [e^{-bt}]_0^{\infty} = \frac{I_0}{b} \Rightarrow I_0 = Qb. \quad (5)$$

Zo zadania platí, že za čas  $t_1 = 16 \text{ s}$  klesne prúd na polovičnú hodnotu, teda platí

$$I(t + t_1) = \frac{1}{2} I(t),$$

$$\frac{I(t)}{I(t + t_1)} = \frac{I_0 e^{-bt}}{I_0 e^{-b(t+t_1)}} = e^{bt_1} = 2 \Rightarrow b = \frac{\ln 2}{t_1}. \quad (6)$$

Do rovnice (4) dosadíme (5) a (6). Vypočítame výslednú prácu

$$W = \frac{R Q^2 b^2}{2b} = \frac{R Q^2 b}{2} = \frac{R Q^2 \ln 2}{2 t_1} = \frac{5.40^2 \ln 2}{2 \cdot 16} \approx 173,29 \text{ J}.$$

**Vykonaná práca má hodnotu približne 173,29 J.**

**Príklad 8.6** Odpor špirály v elektrickom variči je  $R = 16 \Omega$ . Vypočítajte čas, za ktorý vo variči začne vriieť  $m = 600 \text{ g}$  vody, ktorá má pôvodnú teplotu  $t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ , keď účinnosť variča je  $\eta = 60 \%$  a keď napätie v elektrickej sieti je  $U = 120 \text{ V}$ ! ( $c_v = 4186 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$$\begin{aligned} R &= 16 \Omega, \\ m &= 600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg}, \\ t_1 &= 10 \text{ }^\circ\text{C}, \\ t_2 &= 100 \text{ }^\circ\text{C}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta &= 60 \%, \\ U &= 120 \text{ V}, \\ c_v &= 4186 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}, \\ \tau &= ? \end{aligned}$$

**Riešenie:**

Elektrický výkon variča  $P_p$  si vyjadríme podľa vzťahu (8.15). Platí

$$P_p = UI = \frac{U^2}{R}. \quad (1)$$

Celkovú energiu dodanú počas zohrievania vody vyjadríme vzťahom

$$W_p = P_p \tau, \quad (2)$$

kde symbolom  $\tau$  sme označili časový interval počas ktorého sme zohrievali vodu.

Na zohriatie vody sme potrebovali dodať teplo

$$Q = mc_v(100 - t_1). \quad (3)$$

Z celkovej energie, dodanej varičom, sa len 60% využije na zohriatie vody, takže platí

$$0,6W_p = Q. \quad (4)$$

Dosadíme (1) do (2)

$$W_p = \frac{U^2}{R} \tau. \quad (5)$$

Rovnice (3) a (5) dosadíme do (4) a vyjadríme čas  $\tau$

$$0,6 \frac{U^2}{R} \tau = mc_v(100 - t_1),$$

$$\tau = \frac{mc_v(100 - t_1)R}{0,6U^2} = \frac{0,6 \cdot 4186 \cdot (100 - 10) \cdot 16}{0,6 \cdot 120^2} = 418,6 \text{ s} \approx 7 \text{ min}$$

**Voda vo variči začne vriet' za približne 7 minút.**



*Voda v rýchlovarnej kanvici sa dostane do varu vďaka Jouleovmu teplu. Podľa Jouleovho zákona platí: ak odporom (pri určitom napätí) prechádza el. prúd, potom sa z odporu uvoľní energia, ktorá sa z určitou účinnosťou využije na zohriatie vody (dodané teplo). Táto energia je priamo úmerná napätiu, prúdu a odporu. Dodané teplo je priamo úmerné hmotnosti (objemu) vody. Preto ak chceme ovplyvniť čas ohriatia vody, musíme meniť napätie, prúd, odpor a množstvo vody.*

## ○ Úlohy

**8.1** Akou veľkou rýchlosťou sa pohybujú elektróny v medenom ( ${}^{64}_{29}\text{Cu}$ ) drôte o priereze  $1\text{ mm}^2$ , keď ním prechádza prúd  $6\text{ A}$ ? ( $M_{\text{Cu}} = 63,54 \cdot 10^{-3}\text{ kgmol}^{-1}$ ,  $\rho = 8,9 \cdot 10^3\text{ kgm}^{-3}$ ,  $N_{\text{A}} = 6,022 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$ ,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ As}$ )

$$[v = 4,44 \cdot 10^{-4}\text{ ms}^{-1}]$$



V tejto úlohe postupujte rovnako ako v [príklade 8.1](#).

**8.2** Hustota prúdu v medenom vodiči je  $j = 3\text{ Amm}^{-2}$ . Aká je intenzita elektrického poľa vo vodiči? ( $\rho_{\text{Cu}} = 17 \cdot 10^{-9}\text{ }\Omega\text{m}$ )

$$[E = 5,1 \cdot 10^{-2}\text{ Vm}^{-1}]$$

**8.3** Aké množstvo elektrického náboja  $Q$  prejde vodičom za čas  $t_0 = 10\text{ s}$ , ak a) prúd je stály  $I = 5\text{ A}$ , b) prúd rovnomerne rastie od  $0$  do  $3\text{ A}$ ?

$$[\text{a) } Q = 50\text{ C, b) } Q = 15\text{ C}]$$



Pri riešení si pomôžte [príkladom 8.2](#).

**8.4** Aký je pomer tiaží medi a hliníka, keď z nich vyrobíme vodiče rovnakej dĺžky a odporu? ( $\rho_{\text{Cu}} = 17 \cdot 10^{-9}\text{ }\Omega\text{m}$ ,  $\rho_{\text{Al}} = 0,029 \cdot 10^{-6}\text{ }\Omega\text{m}$ ,  $\rho'_{\text{Cu}} = 8,9 \cdot 10^3\text{ kgm}^{-3}$ ,  $\rho'_{\text{Al}} = 2,7 \cdot 10^3\text{ kgm}^{-3}$ )

$$[G_{\text{Cu}}/G_{\text{Al}} = 1,93]$$

**8.5** Aký má byť prierez medeného vedenia, aby v prípade  $1\text{ km}$  dlhého vedenia a  $1\text{ A}$ -ového prúdu nebolo napätie väčšie ako  $20\text{ V}$ ? ( $\rho = 0,017 \cdot 10^{-6}\text{ }\Omega\text{m}$ )

$$[S \geq 0,85\text{ mm}^2]$$

**8.6** Z dosky veľmi malej hrúbky  $h$  z materiálu so špecifickým odporom  $\rho$  vyrežeme rovinný prstenec tvaru medzikružia s vnútorným polomerom  $r_1$  a vonkajším polomerom  $r_2$ . Aký je odpor tohto prstenca, keď a) prstenec radiálne rozrežeme a prívodmi budú okraje rezu, b) prívodmi budú obe ohraničujúce kružnice?

$$[\text{a) } R = \frac{2\pi\rho}{h\ln(r_2/r_1)}, \text{ b) } R = \frac{\rho\ln(r_2/r_1)}{2\pi h}]$$

**8.7** Vypočítajte teplotný súčiniteľ odporu vodiča, ktorý sa skladá z hliníkového drôtu  $R_{01} = 3\text{ }\Omega$  ( $\alpha_1 = 4,2 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ ) a zo železného drôtu  $R_{02} = 2\text{ }\Omega$  ( $\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ ) zapojených za sebou. (Udané hodnoty odporov sa vzťahujú na teplotu  $0\text{ }^\circ\text{C}$ .)

$$[\alpha = 4,9 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}]$$



Pomôžte si [príkladom 8.4](#).

**8.8** Aby elektrický varič mal žiadaný výkon, musí mať pri prevádzkovej teplote  $t_2 = 700\text{ }^\circ\text{C}$  odpor  $R_{t2} = 24\text{ }\Omega$ . Aký veľký odpor  $R_{t1}$  musí mať varič pri teplote  $t_1 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ , keď  $\alpha = 0,00002\text{ K}^{-1}$ ?

$$[R_{t1} = 23,7\text{ }\Omega]$$

**8.9** V medenom vodiči dĺžky  $l = 2\text{ m}$ , prierezu  $S = 0,4\text{ mm}^2$  tečie prúd. Za každú sekundu sa vyvinie teplo  $W = 0,35\text{ J}$ . Koľko elektrónov prejde prierezom vodiča za  $1$  sekundu? ( $\rho_{\text{Cu}} = 17 \cdot 10^{-9}\text{ }\Omega\text{m}$ ,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ As}$ )

$$[n = 1,27 \cdot 10^{19}]$$

**8.10** Aký náboj prejde vodičom s odporom  $R = 10 \Omega$  za časový interval  $t_1 = 20$  s, keď medzi jeho koncami je napätie  $U = 12$  V? Akú prácu prúd vykoná?

$$[Q_1 = 24 \text{ C}, W_1 = 288 \text{ J}]$$

**8.11** Vypočítajte prácu jednosmerného elektrického prúdu v obvode s odporom  $R = 10 \Omega$  pri rovnomernom narastaní prúdu z nulovej hodnoty na hodnotu  $I_1 = 1,5$  A za čas  $t_1 = 3$  s.

$$[W = 22,5 \text{ J}]$$

**8.12** Teplota špirály variča je  $t = 800$  °C. Aký musí byť jej odpor pri  $0$  °C, keď má varič pri napätí  $U = 220$  V a účinnosti  $\eta = 55\%$  ohriať  $m = 1$  kg vody z  $0$  °C na  $100$  °C za čas  $\tau = 5$  min? ( $\alpha = 5 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ,  $c_v = 4186 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$$[R = 18,34 \Omega]$$

**8.13** Aký prúd tečie elektrickým varičom, ak je napojený na napätie  $120$  V a za časový interval  $\tau_1 = 3$  hod zohreje  $5$  litrov vody o  $50$  °C? Varič má  $100\%$ -nú účinnosť. ( $c_v = 4186 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$$[I = 0,81 \text{ A}]$$



Úlohy 8.12 a 8.13 sú podobné ako [príklad 8.6](#).

**8.14** Žiarovka s výkonom  $P = 100$  W je pripojená na napätie  $U = 120$  V, teplota vlákna je  $2000$  °C. Aký je odpor vlákna pri teplote  $0$  °C a teplotný koeficient odporu, ak  $R_t = 10 R_0$ ?

$$[R_0 = 14,4 \Omega, \alpha = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}]$$

**8.15** Dve žiarovky, jedna s výkonom  $P_1 = 100$  W a druhá s výkonom  $P_2 = 60$  W sú zapojené na rovnaké napätie  $U$ . Ktorá má väčší odpor?

$$[R_1 < R_2]$$

**8.16** Kedy dostaneme viac svetla, ak zapojíme dve rovnaké žiarovky na to isté napätie sériovo alebo paralelne?

$$[\text{paralelne}, P_2 = 4P_1]$$

**8.17** V prírode pozorované blesky sú charakterizované napätím  $10^5$  V (medzi dvomi mrakmi alebo medzi mrakom a zemou), prúdom  $15000$  A a trvaním  $0,02$  s. Počet bleskov na celej Zemi za  $1$  s je priemerne  $100$ . a) Určte stredný výkon jedného blesku. b) Určte výkon všetkých bleskov na Zemi a porovnajte s výkonom veľkej hydrocentrál, ktorý je  $5 \cdot 10^9$  W.

$$[\text{a})P = 1,5 \cdot 10^9 \text{ W b})P = 3 \cdot 10^9 \text{ W}]$$